$[\mathrm{prop} \overset{\mathrm{pyk}}{\to} \text{“prop”}]$

Forsoeg paa implikation:

$[\mathsf{x} \Rightarrow \mathsf{y} \overset{\mathrm{val}}{\to} \mathsf{y} : \mathrm{If}(*, \mathsf{y}, \mathsf{T})]$

$[\mathsf{x} \Rightarrow \mathsf{y} \overset{\mathrm{pyk}}{\to} \text{“}* \text{ imply } *\text{”}]$

Her er vores teori:

$[\mathrm{PropositionalCalculus} \overset{\mathrm{tex}}{\to} \text{“Propositional Calculus”}]$

$[\mathrm{PropositionalCalculus} \overset{\mathrm{stmt}}{\to} \forall \underline{\mathsf{b}} \colon \forall \underline{\mathsf{c}} \colon \forall \underline{\mathsf{d}} \colon \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \underline{\mathsf{d}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{d}} \oplus \forall \underline{\mathsf{b}} \colon \forall \underline{\mathsf{c}} \colon \underline{\mathsf{b}} \vdash \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}} \vdash \underline{\mathsf{c}} \oplus \forall \underline{\mathsf{b}} \colon \forall \underline{\mathsf{c}} \colon \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \oplus \forall \underline{\mathsf{b}} \colon \forall \underline{\mathsf{c}} \colon \neg \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \neg \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \neg \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}}]$

$[\mathrm{PropositionalCalculus} \overset{\mathrm{pyk}}{\to} \text{“prop theory”}]$

Vi forsoeger at definere axiom 1:

$[\mathrm{A1} \overset{\mathrm{tex}}{\to} \text{“A1”}]$

$[\mathrm{A1} \overset{\mathrm{stmt}}{\to} \mathrm{PropositionalCalculus} \vdash \forall \underline{\mathsf{b}} \colon \forall \underline{\mathsf{c}} \colon \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}}][\mathrm{A1} \overset{\mathrm{proof}}{\to} \mathrm{Rule\ tactic}]$

$[\mathrm{A1} \overset{\mathrm{pyk}}{\to} \text{“axiom one”}]$

Saa er turen kommet til axiom 2:

$[\mathrm{A2} \overset{\mathrm{tex}}{\to} \text{“A2”}]$

$[\mathrm{A2} \overset{\mathrm{stmt}}{\to} \mathrm{PropositionalCalculus} \vdash \forall \underline{\mathsf{b}} \colon \forall \underline{\mathsf{c}} \colon \forall \underline{\mathsf{d}} \colon \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \underline{\mathsf{d}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{d}}][\mathrm{A2} \overset{\mathrm{proof}}{\to} \mathrm{Rule\ tactic}]$

$[\mathrm{A2} \overset{\mathrm{pyk}}{\to} \text{“axiom two”}]$

Efter aksiom 2 kommer aksiom 3:

$[\mathrm{A3} \overset{\mathrm{tex}}{\to} \text{“A3”}]$

$[\mathrm{A3} \overset{\mathrm{stmt}}{\to} \mathrm{PropositionalCalculus} \vdash \forall \underline{\mathsf{b}} \colon \forall \underline{\mathsf{c}} \colon \neg \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \neg \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \neg \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}}][\mathrm{A3} \overset{\mathrm{proof}}{\to} \mathrm{Rule\ tactic}]$

$[\mathrm{A3} \overset{\mathrm{pyk}}{\to} \text{“axiom three”}]$

Saa definerer vi modus ponens...

$[\mathrm{MP} \overset{\mathrm{tex}}{\to} \text{“MP”}]$

$[\mathrm{MP} \overset{\mathrm{stmt}}{\to} \mathrm{PropositionalCalculus} \vdash \forall \underline{\mathsf{b}} \colon \forall \underline{\mathsf{c}} \colon \underline{\mathsf{b}} \vdash \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}} \vdash \underline{\mathsf{c}}][\mathrm{MP} \overset{\mathrm{proof}}{\to} \mathrm{Rule\ tactic}]$

$[\mathrm{MP} \overset{\mathrm{pyk}}{\to} \text{“mp”}]$

Vi kan nu formelt udtrykke den paastand, at ethvert udsagn implicerer sig selv: HVAD SKER DER HEEEEERR?????? $[\mathrm{AutoImply} \overset{\mathrm{tex}}{\to} \text{“AutoImply”}]$

$[\mathrm{AutoImply} \overset{\mathrm{pyk}}{\to} \text{“auto imply”}]$

$[\mathrm{AutoImply} \overset{\mathrm{stmt}}{\to} \mathrm{PropositionalCalculus} \vdash \forall \underline{\mathsf{b}} \colon \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}}]$

Saa langt saa godt...

$[\mathrm{AutoImply} \overset{\mathrm{proof}}{\to} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{PropositionalCalculus} \vdash \forall \underline{\mathsf{b}} \colon \mathrm{A1} \gg \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}}; \mathrm{A2} \gg \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}}; \mathrm{A1} \gg \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}}; \mathrm{MP} \rhd \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \rhd \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \gg \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}}; \mathrm{MP} \rhd \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \rhd \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \gg \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}}], \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

Tests:

$[2 + 3 \approx 7]^{-}$