Logiweb codex of EquivalenceRelations

Up Help

x, EquivalenceRelations, $(\cdots)$, `Objekt-var`, `Ex-var`, `Ph-var`, `Værdi`, `Variabel`, Op(∗), Op(∗, ∗), $* \ddot{=} *$, ContainsEmpty(∗), Dedu(∗, ∗), $\mathrm{Dedu}_0(*, *)$, $\mathrm{Dedu}_s(*, *, *)$, $\mathrm{Dedu}_1(*, *, *)$, $\mathrm{Dedu}_2(*, *, *)$, $\mathrm{Dedu}_3(*, *, *, *)$, $\mathrm{Dedu}_4(*, *, *, *)$, $\mathrm{Dedu}_4^*(*, *, *, *)$, $\mathrm{Dedu}_5(*, *, *)$, $\mathrm{Dedu}_6(*, *, *, *)$, $\mathrm{Dedu}_6^*(*, *, *, *)$, $\mathrm{Dedu}_7(*)$, $\mathrm{Dedu}_8(*, *)$, $\mathrm{Dedu}_8^*(*, *)$, Ex_1, Ex_2, Ex_{10}, Ex_{20}, $*_{\mathrm{Ex}}$, $*^{\mathrm{Ex}}$, $\langle * \equiv * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ex}}$, $\langle * \equiv^0 * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ex}}$, $\langle * \equiv^1 * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ex}}$, $\langle * \equiv^* * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ex}}$, ph_1, ph_2, ph_3, $*_{\mathrm{Ph}}$, $*^{\mathrm{Ph}}$, $\langle * \equiv * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ph}}$, $\langle * \equiv^0 * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ph}}$, $\langle * \equiv^1 * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ph}}$, $\langle * \equiv^* * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ph}}$, bs, OBS, $\mathcal{BS}$, Ø, ZFsub, MP, Gen, Repetition, Neg, Ded, ExistIntro, Extensionality, Ødef, PairDef, UnionDef, PowerDef, SeparationDef, CheatAllDisjoint, AddDoubleNeg, RemoveDoubleNeg, AndCommutativity, AutoImply, Contrapositive, FirstConjunct, SecondConjunct, FromContradiction, FromDisjuncts, IffCommutativity, IffFirst, IffSecond, ImplyTransitivity, JoinConjuncts, MP2, MP3, MP4, MP5, MT, NegativeMT, Technicality, Weakening, WeakenOr1, WeakenOr2, Formula2Pair, Pair2Formula, Formula2Union, Union2Formula, Formula2Sep, Sep2Formula, SubsetInPower, HelperPowerIsSub, PowerIsSub, (Switch)HelperPowerIsSub, (Switch)PowerIsSub, ToSetEquality, HelperToSetEquality(t), ToSetEquality(t), HelperFromSetEquality, FromSetEquality, HelperReflexivity, Reflexivity, HelperSymmetry, Symmetry, HelperTransitivity, Transitivity, ERisReflexive, ERisSymmetric, ERisTransitive, ØisSubset, HelperMemberNotØ, MemberNotØ, HelperUniqueØ, UniqueØ, =Reflexivity, =Symmetry, Helper=Transitivity, =Transitivity, HelperTransferNotEq, TransferNotEq, HelperPairSubset, Helper(2)PairSubset, PairSubset, SamePair, SameSingleton, UnionSubset, SameUnion, SeparationSubset, SameSeparation, SameBinaryUnion, IntersectionSubset, SameIntersection, AutoMember, HelperEqSysNotØ, EqSysNotØ, HelperEqSubset, EqSubset, HelperEqNecessary, EqNecessary, HelperNoneEqNecessary, Helper(2)NoneEqNecessary, NoneEqNecessary, EqClassIsSubset, EqClassesAreDisjoint, AllDisjoint, AllDisjointImply, BSsubset, Union(BS/R)subset, UnionIdentity, EqSysIsPartition, $*/*$, $* \cap *$, $\cup *$, $* \cup *$, P(∗), {∗}, {∗, ∗}, $\langle *, * \rangle$, $* \in *$, $*(*, *)$, ReflRel(∗, ∗), SymRel(∗, ∗), TransRel(∗, ∗), EqRel(∗, ∗), $[* \in *]_*$, Partition(∗, ∗), $* = *$, $* \subseteq *$, $\dot{\neg} *$, $* \notin *$, $* \neq *$, $* \dot{\wedge} *$, $* \dot{\vee} *$, $* \dot{\Leftrightarrow} *$, $\{\mathrm{ph} \in * \mid *\}$,

x

$[\mathsf{x} \overset{\text{macro}}{\to} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t}, \mathsf{s}, \mathsf{c}, \lceil [\mathsf{x} \ddot{=} \mathsf{y}] \rceil)]$

$[\mathsf{x} \overset{\text{val}}{\to} \mathsf{y}]$

EquivalenceRelations

[EquivalenceRelations $\stackrel{\text{prio}}{\rightarrow}$
Preassociative
[EquivalenceRelations], [base], [bracket $*$ end bracket],
[big bracket $*$ end bracket], [$\$ * \$$], [**flush left** [$*$]], [x], [y], [z], [[$* \bowtie *$]],
[[$* \stackrel{*}{\rightarrow} *$]], [pyk], [tex], [name], [prio], [$*$], [T], [if($*, *, *$)], [[$* \stackrel{*}{\Rightarrow} *$]], [val], [claim], [$\perp$],
[f($*$)], [$(*)^{\mathrm{I}}$], [F], [$\underline{0}$], [$\underline{1}$], [$\underline{2}$], [$\underline{3}$], [$\underline{4}$], [$\underline{5}$], [$\underline{6}$], [$\underline{7}$], [$\underline{8}$], [$\underline{9}$], [0], [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7],
[8], [9], [a], [b], [c], [d], [e], [f], [g], [h], [i], [j], [k], [l], [m], [n], [o], [p], [q], [r], [s], [t], [u],
[v], [w], [$(*)^{\mathrm{M}}$], [If($*, *, *$)], [array{$*$} $*$ end array], [l], [c], [r], [empty], [$\langle * \mid * := * \rangle$],
[$\mathcal{M}(*)$], [$\tilde{\mathcal{U}}(*)$], [$\mathcal{U}(*)$], [$\mathcal{U}^{\mathrm{M}}(*)$], [**apply**($*, *$)], [$\mathbf{apply}_1(*, *)$], [identifier($*$)],
[$\text{identifier}_1(*, *)$], [array-plus($*, *$)], [array-remove($*, *, *$)], [array-put($*, *, *, *$)],
[array-add($*, *, *, *, *$)], [bit($*, *$)], [$\text{bit}_1(*, *)$], [rack], ["vector"],
["bibliography"], ["dictionary"], ["body"], ["codex"], ["expansion"], ["code"],
["cache"], ["diagnose"], ["pyk"], ["tex"], ["texname"], ["value"], ["message"],
["macro"], ["definition"], ["unpack"], ["claim"], ["priority"], ["lambda"],
["apply"], ["true"], ["if"], ["quote"], ["proclaim"], ["define"], ["introduce"],
["hide"], ["pre"], ["post"], [$\mathcal{E}(*, *, *)$], [$\mathcal{E}_2(*, *, *, *, *)$], [$\mathcal{E}_3(*, *, *, *)$],
[$\mathcal{E}_4(*, *, *, *)$], [**lookup**($*, *, *$)], [**abstract**($*, *, *, *$)], [[$\lceil * \rceil$]], [$\mathcal{M}(*, *, *)$],
[$\mathcal{M}_2(*, *, *, *)$], [$\mathcal{M}^*(*, *, *)$], [macro], [$\text{s}_0$], [**zip**($*, *$)], [$\mathbf{assoc}_1(*, *, *)$], [$(*)^{\mathbf{P}}$],
[self], [[$* \ddot{=} *$]], [[$* \doteq *$]], [[$* \acute{=} *$]], [[$* \stackrel{\text{pyk}}{=} *$]], [[$* \stackrel{\text{tex}}{=} *$]], [[$* \stackrel{\text{name}}{=} *$]],
[**Priority table**[$*$]], [$\tilde{\mathcal{M}}_1$], [$\tilde{\mathcal{M}}_2(*)$], [$\tilde{\mathcal{M}}_3(*)$], [$\tilde{\mathcal{M}}_4(*, *, *, *)$], [$\tilde{\mathcal{M}}(*, *, *)$],
[$\tilde{\mathcal{Q}}(*, *, *)$], [$\tilde{\mathcal{Q}}_2(*, *, *)$], [$\tilde{\mathcal{Q}}_3(*, *, *, *)$], [$\tilde{\mathcal{Q}}^*(*, *, *)$], [($*$)], [($*$)], [display($*$)],
[statement($*$)], [$[*]^{\cdot}$], [$[*]^{-}$], [**aspect**($*, *$)], [**aspect**($*, *, *$)], [$\langle * \rangle$], [$\mathbf{tuple}_1(*)$],
[$\mathbf{tuple}_2(*)$], [$\text{let}_2(*, *)$], [$\text{let}_1(*, *)$], [[$* \stackrel{\text{claim}}{=} *$]], [checker], [**check**($*, *$)],
[$\mathbf{check}_2(*, *, *)$], [$\mathbf{check}_3(*, *, *)$], [$\mathbf{check}^*(*, *)$], [$\mathbf{check}^*_2(*, *)$], [$[*]^{\cdot}$], [$[*]^{-}$],
[$[*]^{\circ}$], [msg], [[$* \stackrel{\text{msg}}{=} *$]], [<stmt>], [stmt], [[$* \stackrel{\text{stmt}}{=} *$]], [HeadNil′], [HeadPair′],
[Transitivity′], [$\perp\!\!\!\perp$], [Contra′], [T'_{E}], [L_1], [$\underline{*}$], [$\mathcal{A}$], [$\mathcal{B}$], [$\mathcal{C}$], [$\mathcal{D}$], [$\mathcal{E}$], [$\mathcal{F}$], [$\mathcal{G}$], [$\mathcal{H}$], [$\mathcal{I}$],
[$\mathcal{J}$], [$\mathcal{K}$], [$\mathcal{L}$], [$\mathcal{M}$], [$\mathcal{N}$], [$\mathcal{O}$], [$\mathcal{P}$], [$\mathcal{Q}$], [$\mathcal{R}$], [$\mathcal{S}$], [$\mathcal{T}$], [$\mathcal{U}$], [$\mathcal{V}$], [$\mathcal{W}$], [$\mathcal{X}$], [$\mathcal{Y}$], [$\mathcal{Z}$],
[$\langle * \mid * := * \rangle$], [$\langle^* * \mid * := * \rangle$], [$\emptyset$], [Remainder], [$(*)^{\mathbf{v}}$], [intro($*, *, *, *$)], [intro($*, *, *$)],
[error($*, *$)], [$\text{error}_2(*, *)$], [proof($*, *, *$)], [$\text{proof}_2(*, *)$], [$\mathcal{S}(*, *)$], [$\mathcal{S}^{\mathrm{I}}(*, *)$],
[$\mathcal{S}^{\rhd}(*, *)$], [$\mathcal{S}^{\rhd}_1(*, *, *)$], [$\mathcal{S}^{\mathrm{E}}(*, *)$], [$\mathcal{S}^{\mathrm{E}}_1(*, *, *)$], [$\mathcal{S}^{+}(*, *)$], [$\mathcal{S}^{+}_1(*, *, *)$],
[$\mathcal{S}^{-}(*, *)$], [$\mathcal{S}^{-}_1(*, *, *)$], [$\mathcal{S}^{*}(*, *)$], [$\mathcal{S}^{*}_1(*, *, *)$], [$\mathcal{S}^{*}_2(*, *, *, *)$], [$\mathcal{S}^{@}(*, *)$],
[$\mathcal{S}^{@}_1(*, *, *)$], [$\mathcal{S}^{\vdash}(*, *)$], [$\mathcal{S}^{\vdash}_1(*, *, *, *)$], [$\mathcal{S}^{\Vdash}(*, *)$], [$\mathcal{S}^{\Vdash}_1(*, *, *, *)$], [$\mathcal{S}^{\text{i.e.}}(*, *)$],
[$\mathcal{S}^{\text{i.e.}}_1(*, *, *, *)$], [$\mathcal{S}^{\text{i.e.}}_2(*, *, *, *, *)$], [$\mathcal{S}^{\forall}(*, *)$], [$\mathcal{S}^{\forall}_1(*, *, *, *)$], [$\mathcal{S}^{;}(*, *)$],
[$\mathcal{S}^{;}_1(*, *, *)$], [$\mathcal{S}^{;}_2(*, *, *, *)$], [$\mathcal{T}(*)$], [claims($*, *, *$)], [$\text{claims}_2(*, *, *)$], [<proof>],
[proof], [[**Lemma** $*$: $*$]], [[**Proof of** $*$: $*$]], [[$*$ **lemma** $*$: $*$]],
[[$*$ **antilemma** $*$: $*$]], [[$*$ **rule** $*$: $*$]], [[$*$ **antirule** $*$: $*$]], [verifier], [$\mathcal{V}_1(*)$],
[$\mathcal{V}_2(*, *)$], [$\mathcal{V}_3(*, *, *, *)$], [$\mathcal{V}_4(*, *)$], [$\mathcal{V}_5(*, *, *, *)$], [$\mathcal{V}_6(*, *, *, *)$], [$\mathcal{V}_7(*, *, *, *)$],
[Cut($*, *$)], [$\text{Head}_{\oplus}(*)$], [$\text{Tail}_{\oplus}(*)$], [$\text{rule}_1(*, *)$], [rule($*, *$)], [Rule tactic],
[Plus($*, *$)], [[**Theory** $*$]], [$\text{theory}_2(*, *)$], [$\text{theory}_3(*, *)$], [$\text{theory}_4(*, *, *)$],
[HeadNil″], [HeadPair″], [Transitivity″], [Contra″], [HeadNil], [HeadPair],
[Transitivity], [Contra], [T_{E}], [ragged right], [ragged right expansion],
[parm($*, *, *$)], [$\text{parm}^*(*, *, *)$], [inst($*, *$)], [$\text{inst}^*(*, *)$], [occur($*, *, *$)],

[occur$^*(*,*,*)$], [unify$(*=*,*)$], [unify$^*(*=*,*)$], [unify$_2(*=*,*)$], [$\mathrm{L_a}$], [$\mathrm{L_b}$], [$\mathrm{L_c}$], [$\mathrm{L_d}$], [$\mathrm{L_e}$], [$\mathrm{L_f}$], [$\mathrm{L_g}$], [$\mathrm{L_h}$], [$\mathrm{L_i}$], [$\mathrm{L_j}$], [$\mathrm{L_k}$], [$\mathrm{L_l}$], [$\mathrm{L_m}$], [$\mathrm{L_n}$], [$\mathrm{L_o}$], [$\mathrm{L_p}$], [$\mathrm{L_q}$], [$\mathrm{L_r}$], [$\mathrm{L_s}$], [$\mathrm{L_t}$], [$\mathrm{L_u}$], [$\mathrm{L_v}$], [$\mathrm{L_w}$], [$\mathrm{L_x}$], [$\mathrm{L_y}$], [$\mathrm{L_z}$], [$\mathrm{L_A}$], [$\mathrm{L_B}$], [$\mathrm{L_C}$], [$\mathrm{L_D}$], [$\mathrm{L_E}$], [$\mathrm{L_F}$], [$\mathrm{L_G}$], [$\mathrm{L_H}$], [$\mathrm{L_I}$], [$\mathrm{L_J}$], [$\mathrm{L_K}$], [$\mathrm{L_L}$], [$\mathrm{L_M}$], [$\mathrm{L_N}$], [$\mathrm{L_O}$], [$\mathrm{L_P}$], [$\mathrm{L_Q}$], [$\mathrm{L_R}$], [$\mathrm{L_S}$], [$\mathrm{L_T}$], [$\mathrm{L_U}$], [$\mathrm{L_V}$], [$\mathrm{L_W}$], [$\mathrm{L_X}$], [$\mathrm{L_Y}$], [$\mathrm{L_Z}$], [$\mathrm{L_?}$], [Reflexivity], [Reflexivity$_1$], [Commutativity], [Commutativity$_1$], [<tactic>], [tactic], [[$* \stackrel{\text{tactic}}{=} *$]], [$\mathcal{P}(*,*,*)$], [$\mathcal{P}^*(*,*,*)$], [$\mathrm{p_0}$], [conclude$_1(*,*)$], [conclude$_2(*,*,*)$], [conclude$_3(*,*,*,*)$], [conclude$_4(*,*)$], [check], [[$* \stackrel{\circ}{=} *$]], [RootVisible$(*)$], [A], [R], [C], [T], [L], [$\{*\}$], [$\overline{*}$], [a], [b], [c], [d], [e], [f], [g], [h], [i], [j], [k], [l], [m], [n], [o], [p], [q], [r], [s], [t], [u], [v], [w], [x], [y], [z], [$\langle * \equiv * \mid * := * \rangle$], [$\langle * \equiv^0 * \mid * := * \rangle$], [$\langle * \equiv^1 * \mid * := * \rangle$], [$\langle * \equiv^* * \mid * := * \rangle$], [Ded$(*,*)$], [Ded$_0(*,*)$], [Ded$_1(*,*,*)$], [Ded$_2(*,*,*)$], [Ded$_3(*,*,*,*)$], [Ded$_4(*,*,*,*)$], [Ded$_4^*(*,*,*,*)$], [Ded$_5(*,*,*)$], [Ded$_6(*,*,*,*)$], [Ded$_6^*(*,*,*,*)$], [Ded$_7(*)$], [Ded$_8(*,*)$], [Ded$_8^*(*,*)$], [S], [Neg], [MP], [Gen], [Ded], [S1], [S2], [S3], [S4], [S5], [S6], [S7], [S8], [S9], [Repetition], [A1$'$], [A2$'$], [A4$'$], [A5$'$], [Prop 3.2a], [Prop 3.2b], [Prop 3.2c], [Prop 3.2d], [Prop 3.2e$_1$], [Prop 3.2e$_2$], [Prop 3.2e], [Prop 3.2f$_1$], [Prop 3.2f$_2$], [Prop 3.2f], [Prop 3.2g$_1$], [Prop 3.2g$_2$], [Prop 3.2g], [Prop 3.2h$_1$], [Prop 3.2h$_2$], [Prop 3.2h], [Block$_1(*,*,*)$], [Block$_2(*)$], [$(\cdots)$], [Objekt-var], [Ex-var], [Ph-var], [Værdi], [Variabel], [Op$(*)$], [Op$(*,*)$], [$* \stackrel{..}{=} *$], [ContainsEmpty$(*)$], [Dedu$(*,*)$], [Dedu$_0(*,*)$], [Dedu$_\mathrm{s}(*,*,*)$], [Dedu$_1(*,*,*)$], [Dedu$_2(*,*,*)$], [Dedu$_3(*,*,*,*)$], [Dedu$_4(*,*,*,*)$], [Dedu$_4^*(*,*,*,*)$], [Dedu$_5(*,*,*)$], [Dedu$_6(*,*,*,*)$], [Dedu$_6^*(*,*,*,*)$], [Dedu$_7(*)$], [Dedu$_8(*,*)$], [Dedu$_8^*(*,*)$], [Ex$_1$], [Ex$_2$], [Ex$_{10}$], [Ex$_{20}$], [$*_\mathrm{Ex}$], [$*^\mathrm{Ex}$], [$\langle * \equiv * \mid * := * \rangle_\mathrm{Ex}$], [$\langle * \equiv^0 * \mid * := * \rangle_\mathrm{Ex}$], [$\langle * \equiv^1 * \mid * := * \rangle_\mathrm{Ex}$], [$\langle * \equiv^* * \mid * := * \rangle_\mathrm{Ex}$], [ph$_1$], [ph$_2$], [ph$_3$], [$*_\mathrm{Ph}$], [$*^\mathrm{Ph}$], [$\langle * \equiv * \mid * := * \rangle_\mathrm{Ph}$], [$\langle * \equiv^0 * \mid * := * \rangle_\mathrm{Ph}$], [$\langle * \equiv^1 * \mid * := * \rangle_\mathrm{Ph}$], [$\langle * \equiv^* * \mid * := * \rangle_\mathrm{Ph}$], [bs], [OBS], [$\mathcal{BS}$], [Ø], [ZFsub], [MP], [Gen], [Repetition], [Neg], [Ded], [ExistIntro], [Extensionality], [Ødef], [PairDef], [UnionDef], [PowerDef], [SeparationDef], [CheatAllDisjoint], [AddDoubleNeg], [RemoveDoubleNeg], [AndCommutativity], [AutoImply], [Contrapositive], [FirstConjunct], [SecondConjunct], [FromContradiction], [FromDisjuncts], [IffCommutativity], [IffFirst], [IffSecond], [ImplyTransitivity], [JoinConjuncts], [MP2], [MP3], [MP4], [MP5], [MT], [NegativeMT], [Technicality], [Weakening], [WeakenOr1], [WeakenOr2], [Formula2Pair], [Pair2Formula], [Formula2Union], [Union2Formula], [Formula2Sep], [Sep2Formula], [SubsetInPower], [HelperPowerIsSub], [PowerIsSub], [(Switch)HelperPowerIsSub], [(Switch)PowerIsSub], [ToSetEquality], [HelperToSetEquality(t)], [ToSetEquality(t)], [HelperFromSetEquality], [FromSetEquality], [HelperReflexivity], [Reflexivity], [HelperSymmetry], [Symmetry], [HelperTransitivity], [Transitivity], [ERisReflexive], [ERisSymmetric], [ERisTransitive], [ØisSubset], [HelperMemberNotØ], [MemberNotØ], [HelperUniqueØ], [UniqueØ], [=Reflexivity], [=Symmetry], [Helper=Transitivity], [=Transitivity], [HelperTransferNotEq], [TransferNotEq], [HelperPairSubset], [Helper(2)PairSubset], [PairSubset], [SamePair], [SameSingleton], [UnionSubset], [SameUnion], [SeparationSubset], [SameSeparation], [SameBinaryUnion], [IntersectionSubset], [SameIntersection], [AutoMember], [HelperEqSysNotØ], [EqSysNotØ], [HelperEqSubset],

[EqSubset], [HelperEqNecessary], [EqNecessary], [HelperNoneEqNecessary], [Helper(2)NoneEqNecessary], [NoneEqNecessary], [EqClassIsSubset], [EqClassesAreDisjoint], [AllDisjoint], [AllDisjointImply], [BSsubset], [Union(BS/R)subset], [UnionIdentity], [EqSysIsPartition];
Preassociative
$[*_{\{*\}}]$, [*/indexintro(*, *, *, *)], [*/intro(*, *, *)], [*/bothintro(*, *, *, *, *)], [*/nameintro(*, *, *, *)], $[*']$, [*[*]], $[*[*\rightarrow*]]$, $[*[*\Rightarrow*]]$, [*0], [*1], [0b], [*-color(*)], $[*\text{-color}^*(*)]$, $[*^{\mathrm{H}}]$, $[*^{\mathrm{T}}]$, $[*^{\mathrm{U}}]$, $[*^{\mathrm{h}}]$, $[*^{\mathrm{t}}]$, $[*^{\mathrm{s}}]$, $[*^{\mathrm{c}}]$, $[*^{\mathrm{d}}]$, $[*^{\mathrm{a}}]$, $[*^{\mathrm{C}}]$, $[*^{\mathrm{M}}]$, $[*^{\mathrm{B}}]$, $[*^{\mathrm{r}}]$, $[*^{\mathrm{i}}]$, $[*^{\mathrm{d}}]$, $[*^{\mathrm{R}}]$, $[*^{0}]$, $[*^{1}]$, $[*^{2}]$, $[*^{3}]$, $[*^{4}]$, $[*^{5}]$, $[*^{6}]$, $[*^{7}]$, $[*^{8}]$, $[*^{9}]$, $[*^{\mathrm{E}}]$, $[*^{\mathcal{V}}]$, $[*^{\mathcal{C}}]$, $[*^{\mathcal{C}^*}]$, $[*^{\mathrm{hide}}]$;
Preassociative
[“ * ”], [], $[(*)^{\mathbf{t}}]$, [string(*) + *], [string(*) ++ *], [
*], [*], [!*], ["*], [#*], [$*], [%*], [&*], ['*], [(*], [)*], [**], [+*], [,*], [-*], [.*], [/*], [0*], [1*], [2*], [3*], [4*], [5*], [6*], [7*], [8*], [9*], [:*], [;*], [<*], [=*], [>*], [?*], [@*], [A*], [B*], [C*], [D*], [E*], [F*], [G*], [H*], [I*], [J*], [K*], [L*], [M*], [N*], [O*], [P*], [Q*], [R*], [S*], [T*], [U*], [V*], [W*], [X*], [Y*], [Z*], [[*], [*], []*], [^*], [_*], [‘*], [a*], [b*], [c*], [d*], [e*], [f*], [g*], [h*], [i*], [j*], [k*], [l*], [m*], [n*], [o*], [p*], [q*], [r*], [s*], [t*], [u*], [v*], [w*], [x*], [y*], [z*], [{*], [|*], [}*], [~*], [**Preassociative** *; *], [**Postassociative** *; *], [[*], *], [priority * end], [newline *], [macro newline *], [MacroIndent(*)];
Preassociative
[* ’ *], [* ‘ *];
Preassociative
$[*']$;
Preassociative
[*/*], $[* \cap *]$;
Preassociative
$[\cup *]$, $[* \cup *]$, [P(*)];
Preassociative
[{*}];
Preassociative
[{*, *}], $[\langle *, * \rangle]$;
Preassociative
$[* \in *]$, [*(*, *)], [ReflRel(*, *)], [SymRel(*, *)], [TransRel(*, *)], [EqRel(*, *)], $[[* \in *]_*]$, [Partition(*, *)];
Preassociative
$[* \cdot *]$, $[* \cdot_0 *]$;
Preassociative
$[* + *]$, $[* +_0 *]$, $[* +_1 *]$, $[* - *]$, $[* -_0 *]$, $[* -_1 *]$;
Preassociative
$[* \cup \{*\}]$, $[* \cup *]$, $[* \setminus \{*\}]$;
Postassociative
$[* \therefore *]$, $[* \underline{\therefore} *]$, $[* \underline{::} *]$, $[* \underline{+2*} *]$, $[* :: *]$, $[* +2* *]$;
Postassociative
[*, *];
Preassociative

$[* \overset{\mathrm{B}}{\approx} *], [* \overset{\mathrm{D}}{\approx} *], [* \overset{\mathrm{C}}{\approx} *], [* \overset{\mathrm{P}}{\approx} *], [* \approx *], [* = *], [* \xrightarrow{+} *], [* \overset{\mathrm{t}}{=} *], [* \overset{\mathrm{t}^*}{=} *], [* \overset{\mathrm{r}}{=} *],$
$[* \in_{\mathrm{t}} *], [* \subseteq_{\mathrm{T}} *], [* \overset{\mathrm{T}}{=} *], [* \overset{\mathrm{s}}{=} *], [* \text{ free in } *], [* \text{ free in}^* *], [* \text{ free for } * \text{ in } *],$
$[* \text{ free for}^* * \text{ in } *], [* \in_{\mathrm{c}} *], [* < *], [* <' *], [* \leq' *], [* = *], [* \neq *], [*^{\mathrm{var}}],$
$[*\#^0*], [*\#^1*], [*\#^**], [*{=}*], [* \subseteq *];$
Preassociative
$[\neg *], [\dot{\neg} *], [* \notin *], [* \neq *];$
Preassociative
$[* \wedge *], [* \ddot{\wedge} *], [* \tilde{\wedge} *], [* \wedge_{\mathrm{c}} *], [* \dot{\wedge} *];$
Preassociative
$[* \vee *], [* \parallel *], [* \ddot{\vee} *], [* \dot{\vee} *];$
Preassociative
$[\exists *\colon *], [\forall *\colon *], [\forall_{\mathrm{obj}} *\colon *];$
Postassociative
$[* \ddot{\Rightarrow} *], [* \Rightarrow *], [* \Leftrightarrow *], [* \dot{\Leftrightarrow} *];$
Preassociative
$[\{\mathrm{ph} \in * \mid *\}];$
Postassociative
$[* : *], [* \text{ spy } *], [*!*];$
Preassociative
$[* \begin{cases} * \\ * \end{cases}];$
Preassociative
$[\lambda * .*], [\Lambda * .*], [\Lambda *], [\textbf{if } * \textbf{ then } * \textbf{ else } *], [\textbf{let } * = * \textbf{ in } *], [\textbf{let } * \ddot{=} * \text{ in } *];$
Preassociative
$[*\#*];$
Preassociative
$[*^{\mathrm{I}}], [*^{\triangleright}], [*^{\mathrm{V}}], [*^{+}], [*^{-}], [*^{*}];$
Preassociative
$[* @ *], [* \triangleright *], [* \blacktriangleright *], [* \gg *], [* \trianglerighteq *];$
Postassociative
$[* \vdash *], [* \Vdash *], [* \text{ i.e. } *];$
Preassociative
$[\forall *\colon *], [\Pi *\colon *];$
Postassociative
$[* \oplus *];$
Postassociative
$[*; *];$
Preassociative
$[* \text{ proves } *];$
Preassociative
$[* \textbf{ proof of } * : *], [\text{Line } * : * \gg *; *], [\text{Last line } * \gg * \square],$
$[\text{Line } * : \text{Premise} \gg *; *], [\text{Line } * : \text{Side-condition} \gg *; *], [\text{Arbitrary} \gg *; *],$
$[\text{Local} \gg * = *; *], [\text{Begin } *; * : \text{End}; *], [\text{Last block line } * \gg * ;],$
$[\text{Arbitrary} \gg *; *];$
Postassociative

[* | *];
Postassociative
[* , *], [*[*]*];
Preassociative
[*&*];
Preassociative
[**], [* linebreak[4] *], [**];]

[EquivalenceRelations $\stackrel{\text{tex}}{\to}$ "EquivalenceRelations"]

[EquivalenceRelations $\stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "equivalence-relations"]

$(\cdots)$

[$(\cdots)$ $\stackrel{\text{tex}}{\to}$ "(\cdots{})"]

[$(\cdots)$ $\stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "cdots"]

`Objekt-var`

[`Objekt-var` $\stackrel{\text{tex}}{\to}$ "\texttt{Objekt-var}"]

[`Objekt-var` $\stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "object-var"]

`Ex-var`

[`Ex-var` $\stackrel{\text{tex}}{\to}$ "\texttt{Ex-var}"]

[`Ex-var` $\stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "ex-var"]

`Ph-var`

[`Ph-var` $\stackrel{\text{tex}}{\to}$ "\texttt{Ph-var}"]

[`Ph-var` $\stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "ph-var"]

`Værdi`

[`Værdi` $\stackrel{\text{tex}}{\to}$ "\texttt{V\ae{}rdi}"]

[`Værdi` $\stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "vaerdi"]

Variabel

$[\texttt{Variabel} \stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "\texttt{Variabel}"]

$[\texttt{Variabel} \stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "variabel"]

Op(*)

$[\mathrm{Op}(\mathsf{x}) \stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "Op(#1.
)"]

$[\mathrm{Op}(*) \stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "op " end op"]

Op(*, *)

$[\mathrm{Op}(\mathsf{x}, \mathsf{y}) \stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "Op(#1.
, #2.
)"]

$[\mathrm{Op}(*, *) \stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "op2 " comma " end op2"]

$* \ddot{=} *$

$[\mathsf{x} \ddot{=} \mathsf{y} \stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "#1.
\mathrel {\ddot {=}} #2."]

$[* \ddot{=} * \stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "define-equal " comma " end equal"]

ContainsEmpty(*)

$[\mathrm{ContainsEmpty}(\mathsf{x}) \stackrel{\text{macro}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t}, \mathsf{s}, \mathsf{c}, \lceil [\mathrm{ContainsEmpty}(\mathsf{x}) \ddot{=} \{\mathrm{ph} \in \mathsf{x} \mid \emptyset \in \mathrm{ph}_1\}] \rceil)]$

$[\mathrm{ContainsEmpty}(\mathsf{x}) \stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "ContainsEmpty(#1.
)"]

$[\mathrm{ContainsEmpty}(*) \stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "contains-empty " end empty"]

$\mathrm{Dedu}(*, *)$

$[\mathrm{Dedu}(\mathsf{p}, \mathsf{c}) \stackrel{\mathrm{macro}}{\to} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t}, \mathsf{s}, \mathsf{c}, \lceil [\mathrm{Dedu}(\mathsf{p}, \mathsf{c}) \ddot{=} \lambda \mathsf{x}.\mathrm{Dedu}_0(\lceil \mathsf{p} \rceil, \lceil \mathsf{c} \rceil)] \rceil)]$

$[\mathrm{Dedu}(\mathsf{x}, \mathsf{y}) \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "
Dedu(#1.
, #2.
)"]

$[\mathrm{Dedu}(*, *) \stackrel{\mathrm{pyk}}{\to}$ "1deduction " conclude " end 1deduction"]

$\mathrm{Dedu}_0(*, *)$

$[\mathrm{Dedu}_0(\mathsf{p}, \mathsf{c}) \stackrel{\mathrm{val}}{\to} \mathsf{c}!\mathrm{If}(\mathrm{Dedu}_8(\mathsf{p}, \mathsf{T}), \mathrm{Dedu}_s(\mathrm{Dedu}_7(\mathsf{p}), \mathsf{c}, \mathsf{T}), \mathsf{F})]$

$[\mathrm{Dedu}_0(\mathsf{x}, \mathsf{y}) \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "
Dedu_0(#1.
, #2.
)"]

$[\mathrm{Dedu}_0(*, *) \stackrel{\mathrm{pyk}}{\to}$ "1deduction zero " conclude " end 1deduction"]

$\mathrm{Dedu}_s(*, *, *)$

$[\mathrm{Dedu}_s(\mathsf{p}, \mathsf{c}, \mathsf{s}) \stackrel{\mathrm{val}}{\to} \mathrm{If}(\mathsf{p} \stackrel{\mathrm{r}}{=} \lceil \mathsf{x} \Vdash \mathsf{y} \rceil, \mathsf{c} \stackrel{\mathrm{r}}{=} \lceil \mathsf{x} \Vdash \mathsf{y} \rceil \wedge \mathsf{p}^1 \stackrel{\mathrm{t}}{=} \mathsf{c}^1 \wedge \mathrm{Dedu}_s(\mathsf{p}^2, \mathsf{c}^2, \mathsf{c}^1 :: \mathsf{s}),$
$\mathrm{Dedu}_1(\mathsf{p}, \mathsf{c}, \mathsf{s}))]$

$[\mathrm{Dedu}_s(\mathsf{x}, \mathsf{y}, \mathsf{z}) \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "Dedu_{s}(#1.
, #2.
, #3.
)"]

$[\mathrm{Dedu}_s(*, *, *) \stackrel{\mathrm{pyk}}{\to}$ "1deduction side " conclude " condition " end 1deduction"]

$\mathrm{Dedu}_1(*, *, *)$

$[\mathrm{Dedu}_1(\mathsf{p}, \mathsf{c}, \mathsf{s}) \stackrel{\mathrm{val}}{\to} \mathrm{If}(\mathsf{c} \stackrel{\mathrm{r}}{=} \lceil \mathsf{x} \Vdash \mathsf{y} \rceil, \mathrm{Dedu}_1(\mathsf{p}, \mathsf{c}^2, \mathsf{c}^1 :: \mathsf{s}), \mathrm{Dedu}_2(\mathsf{p}, \mathsf{c}, \mathsf{s}))]$

$[\mathrm{Dedu}_1(\mathsf{x}, \mathsf{y}, \mathsf{z}) \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "
Dedu_1(#1.
, #2.
, #3.
)"]

[$\mathrm{Dedu}_1(*,*,*) \stackrel{\mathrm{pyk}}{\to}$ "1deduction one " conclude " condition " end 1deduction"]

$\mathrm{Dedu}_2(*,*,*)$

[$\mathrm{Dedu}_2(\mathsf{p},\mathsf{c},\mathsf{s}) \stackrel{\mathrm{val}}{\to} \mathsf{s}!\mathsf{p} \stackrel{\mathrm{r}}{=} \lceil \mathsf{x} \vdash \mathsf{y} \rceil \wedge \mathsf{c} \stackrel{\mathrm{r}}{=} \lceil \mathsf{x} \Rightarrow \mathsf{y} \rceil \left\{ \begin{array}{l} \mathrm{Dedu}_3(\mathsf{p}^1,\mathsf{c}^1,\mathsf{s},\mathsf{T}) \wedge \mathrm{Dedu}_2(\mathsf{p}^2,\mathsf{c}^2,\mathsf{s}) \\ \mathrm{Dedu}_4(\mathsf{p},\mathsf{c},\mathsf{s},\mathrm{Dedu}_6(\mathsf{p},\mathsf{c},\mathsf{T},\mathsf{T})) \end{array} \right.$]

[$\mathrm{Dedu}_2(\mathsf{x},\mathsf{y},\mathsf{z}) \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "
Dedu_2(#1.
, #2.
, #3.
)"]

[$\mathrm{Dedu}_2(*,*,*) \stackrel{\mathrm{pyk}}{\to}$ "1deduction two " conclude " condition " end 1deduction"]

$\mathrm{Dedu}_3(*,*,*,*)$

[$\mathrm{Dedu}_3(\mathsf{p},\mathsf{c},\mathsf{s},\mathsf{b}) \stackrel{\mathrm{val}}{\to} \mathrm{If}(\neg\mathsf{c} \stackrel{\mathrm{r}}{=} \lceil \forall_{\mathrm{obj}}\mathsf{x}\colon \mathsf{y} \rceil, \mathrm{Dedu}_4(\mathsf{p},\mathsf{c},\mathsf{s},\mathsf{b}),$
$\mathrm{If}(\mathsf{p} \stackrel{\mathrm{r}}{=} \lceil \forall_{\mathrm{obj}}\mathsf{x}\colon \mathsf{y} \rceil \wedge \mathsf{p}^1 \stackrel{\mathrm{t}}{=} \mathsf{c}^1, \mathrm{Dedu}_4(\mathsf{p},\mathsf{c},\mathsf{s},\mathsf{b}), \mathrm{Dedu}_3(\mathsf{p},\mathsf{c}^2,\mathsf{s},\mathsf{c}^1 :: \mathsf{c}^1 :: \mathsf{b})))$]

[$\mathrm{Dedu}_3(\mathsf{x},\mathsf{y},\mathsf{z},\mathsf{u}) \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "
Dedu_3(#1.
, #2.
, #3.
, #4.
)"]

[$\mathrm{Dedu}_3(*,*,*,*) \stackrel{\mathrm{pyk}}{\to}$ "1deduction three " conclude " condition " bound " end 1deduction"]

$\mathrm{Dedu}_4(*,*,*,*)$

[$\mathrm{Dedu}_4(\mathsf{p},\mathsf{c},\mathsf{s},\mathsf{b}) \stackrel{\mathrm{val}}{\to} \mathsf{s}!\mathsf{b}!\mathrm{If}(\mathsf{p} \stackrel{\mathrm{r}}{=} \lceil \overline{\mathsf{x}} \rceil, \mathbf{lookup}(\mathsf{p},\mathsf{b},\mathsf{T}) \stackrel{\mathrm{t}}{=} \mathsf{c}, \mathrm{If}(\neg\mathsf{p} \stackrel{\mathrm{r}}{=} \mathsf{c}, \mathsf{F},$
$\mathrm{If}(\mathsf{p} \stackrel{\mathrm{r}}{=} \lceil \forall_{\mathrm{obj}}\mathsf{x}\colon \mathsf{y} \rceil, \mathsf{p}^1 \stackrel{\mathrm{t}}{=} \mathsf{c}^1 \wedge \mathrm{Dedu}_4(\mathsf{p}^2,\mathsf{c}^2,\mathsf{s},\mathsf{p}^1 :: \mathsf{p}^1 :: \mathsf{b}), \mathrm{If}(\neg\mathsf{p} \stackrel{\mathrm{r}}{=} \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil,$
$\mathrm{Dedu}_4^*(\mathsf{p}^{\mathrm{t}},\mathsf{c}^{\mathrm{t}},\mathsf{s},\mathsf{b}), \mathsf{p}^1 \stackrel{\mathrm{t}}{=} \mathsf{c}^1 \wedge \mathrm{Dedu}_5(\mathsf{p},\mathsf{s},\mathsf{b})))))$]

[$\mathrm{Dedu}_4(\mathsf{x},\mathsf{y},\mathsf{z},\mathsf{u}) \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "
Dedu_4(#1.
, #2.
, #3.

, #4.
)"]

[$\mathrm{Dedu}_4(*,*,*,*) \stackrel{\mathrm{pyk}}{\to}$ "1deduction four " conclude " condition " bound " end 1deduction"]

$\mathrm{Dedu}_4^*(*,*,*,*)$

[$\mathrm{Dedu}_4^*(\mathsf{p},\mathsf{c},\mathsf{s},\mathsf{b}) \stackrel{\mathrm{val}}{\to} \mathsf{c}!\mathsf{s}!\mathsf{b}!\mathrm{If}(\mathsf{p},\mathsf{T},\mathrm{Dedu}_4(\mathsf{p}^{\mathrm{h}},\mathsf{c}^{\mathrm{h}},\mathsf{s},\mathsf{b}) \wedge \mathrm{Dedu}_4^*(\mathsf{p}^{\mathrm{t}},\mathsf{c}^{\mathrm{t}},\mathsf{s},\mathsf{b}))$]

[$\mathrm{Dedu}_4^*(\mathsf{x},\mathsf{y},\mathsf{z},\mathsf{u}) \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "
Dedu_4^*(#1.
, #2.
, #3.
, #4.
)"]

[$\mathrm{Dedu}_4^*(*,*,*,*) \stackrel{\mathrm{pyk}}{\to}$ "1deduction four star " conclude " condition " bound " end 1deduction"]

$\mathrm{Dedu}_5(*,*,*)$

[$\mathrm{Dedu}_5(\mathsf{p},\mathsf{s},\mathsf{b}) \stackrel{\mathrm{val}}{\to} \mathsf{p}!\mathsf{s}!\mathrm{If}(\mathsf{b},\mathsf{T},$
$\lceil\lceil \mathsf{x}\rceil \#^0 \lceil \mathsf{y}\rceil\rceil^{\mathrm{h}} :: \lceil\lceil *\rceil\rceil^{\mathrm{h}} :: \mathsf{b}^{\mathrm{hh}} :: \mathsf{T} :: \lceil\lceil \mathsf{x}\rceil\rceil^{\mathrm{h}} :: \mathsf{p} :: \mathsf{T} :: \mathsf{T} \in_{\mathrm{t}} \mathsf{s} \wedge \mathrm{Dedu}_5(\mathsf{p},\mathsf{s},\mathsf{b}^{\mathrm{t}}))$]

[$\mathrm{Dedu}_5(\mathsf{x},\mathsf{y},\mathsf{z}) \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "
Dedu_5(#1.
, #2.
, #3.
)"]

[$\mathrm{Dedu}_5(*,*,*) \stackrel{\mathrm{pyk}}{\to}$ "1deduction five " condition " bound " end 1deduction"]

$\mathrm{Dedu}_6(*,*,*,*)$

[$\mathrm{Dedu}_6(\mathsf{p},\mathsf{c},\mathsf{e},\mathsf{b}) \stackrel{\mathrm{val}}{\to} \mathsf{p}!\mathsf{c}!\mathsf{b}!\mathsf{e}!\mathrm{If}(\mathsf{p} \stackrel{\mathrm{r}}{=} \lceil \overline{\mathsf{x}}\rceil, \mathsf{p} \in_{\mathrm{t}} \mathsf{e} \left\{ \begin{array}{l} \mathsf{b} \\ \mathsf{p} :: \mathsf{c} :: \mathsf{b} \end{array} \right., \mathrm{If}(\neg \mathsf{p} \stackrel{\mathrm{r}}{=} \mathsf{c}, \mathsf{T},$
$\mathrm{If}(\mathsf{p} \stackrel{\mathrm{r}}{=} \lceil \underline{\mathsf{a}}\rceil, \mathsf{b}, \mathrm{If}(\mathsf{p} \stackrel{\mathrm{r}}{=} \lceil \forall_{\mathrm{obj}} \mathsf{x} \colon \mathsf{y}\rceil, \mathrm{Dedu}_6(\mathsf{p}^2,\mathsf{c}^2,\mathsf{c}^1 :: \mathsf{e},\mathsf{b}), \mathrm{Dedu}_6^*(\mathsf{p}^{\mathrm{t}},\mathsf{c}^{\mathrm{t}},\mathsf{e},\mathsf{b})))))$]

[$\mathrm{Dedu}_6(\mathsf{p},\mathsf{c},\mathsf{e},\mathsf{b}) \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "
Dedu_6(#1.
, #2.
, #3.

, #4.
)”]

[$\mathrm{Dedu}_6(*, *, *, *) \stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ “1deduction six " conclude " exception " bound " end 1deduction”]

$\mathrm{Dedu}_6^*(*, *, *, *)$

[$\mathrm{Dedu}_6^*(\mathsf{p}, \mathsf{c}, \mathsf{e}, \mathsf{b}) \stackrel{\mathrm{val}}{\rightarrow} \mathsf{p!c!b!e!}\mathrm{If}(\mathsf{p}, \mathsf{b}, \mathrm{Dedu}_6^*(\mathsf{p}^{\mathrm{t}}, \mathsf{c}^{\mathrm{t}}, \mathsf{e}, \mathrm{Dedu}_6(\mathsf{p}^{\mathrm{h}}, \mathsf{c}^{\mathrm{h}}, \mathsf{e}, \mathsf{b})))$]

[$\mathrm{Dedu}_6^*(\mathsf{p}, \mathsf{c}, \mathsf{e}, \mathsf{b}) \stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ “
Dedu_6^*(#1.
, #2.
, #3.
, #4.
)”]

[$\mathrm{Dedu}_6^*(*, *, *, *) \stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ “1deduction six star " conclude " exception " bound " end 1deduction”]

$\mathrm{Dedu}_7(*)$

[$\mathrm{Dedu}_7(\mathsf{p}) \stackrel{\mathrm{val}}{\rightarrow} \mathsf{p} \stackrel{\mathrm{r}}{=} \lceil \forall \mathsf{x} \colon \mathsf{y} \rceil \begin{cases} \mathrm{Dedu}_7(\mathsf{p}^2) \\ \mathsf{p} \end{cases}$]

[$\mathrm{Dedu}_7(\mathsf{p}) \stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ “
Dedu_7(#1.
)”]

[$\mathrm{Dedu}_7(*) \stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ “1deduction seven " end 1deduction”]

$\mathrm{Dedu}_8(*, *)$

[$\mathrm{Dedu}_8(\mathsf{p}, \mathsf{b}) \stackrel{\mathrm{val}}{\rightarrow} \mathrm{If}(\mathsf{p} \stackrel{\mathrm{r}}{=} \lceil \forall \mathsf{x} \colon \mathsf{y} \rceil, \mathrm{Dedu}_8(\mathsf{p}^2, \mathsf{p}^1 :: \mathsf{b}), \mathrm{If}(\mathsf{p} \stackrel{\mathrm{r}}{=} \lceil \underline{\mathsf{a}} \rceil, \mathsf{p} \in_{\mathrm{t}} \mathsf{b}, \mathrm{Dedu}_8^*(\mathsf{p}^{\mathrm{t}}, \mathsf{b})))$]

[$\mathrm{Dedu}_8(\mathsf{p}, \mathsf{b}) \stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ “
Dedu_8(#1.
, #2.
)”]

[$\mathrm{Dedu}_8(*, *) \stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ “1deduction eight " bound " end 1deduction”]

$\mathrm{Dedu}_8^*(*,*)$

$[\mathrm{Dedu}_8^*(\mathsf{p},\mathsf{b}) \stackrel{\mathrm{val}}{\rightarrow} \mathsf{b}!\mathrm{If}(\mathsf{p},\mathsf{T},\mathrm{If}(\mathrm{Dedu}_8(\mathsf{p}^{\mathrm{h}},\mathsf{b}),\mathrm{Dedu}_8^*(\mathsf{p}^{\mathrm{t}},\mathsf{b}),\mathsf{F}))]$

$[\mathrm{Dedu}_8^*(\mathsf{p},\mathsf{b}) \stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "
Dedu_8^*(#1.
, #2.
)"]

$[\mathrm{Dedu}_8^*(*,*) \stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "1deduction eight star " bound " end 1deduction"]

Ex_1

$[\mathrm{Ex}_1 \stackrel{\mathrm{macro}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t},\mathsf{s},\mathsf{c},\lceil[\mathrm{Ex}_1 \ddot{=} \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}]\rceil)]$

$[\mathrm{Ex}_1 \stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "Ex_{1}"]

$[\mathrm{Ex}_1 \stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "ex1"]

Ex_2

$[\mathrm{Ex}_2 \stackrel{\mathrm{macro}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t},\mathsf{s},\mathsf{c},\lceil[\mathrm{Ex}_2 \ddot{=} \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}]\rceil)]$

$[\mathrm{Ex}_2 \stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "Ex_{2}"]

$[\mathrm{Ex}_2 \stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "ex2"]

Ex_{10}

$[\mathrm{Ex}_{10} \stackrel{\mathrm{macro}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t},\mathsf{s},\mathsf{c},\lceil[\mathrm{Ex}_{10} \ddot{=} \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}}]\rceil)]$

$[\mathrm{Ex}_{10} \stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "Ex_{10}"]

$[\mathrm{Ex}_{10} \stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "ex10"]

Ex_{20}

$[\mathrm{Ex}_{20} \stackrel{\mathrm{macro}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t},\mathsf{s},\mathsf{c},\lceil[\mathrm{Ex}_{20} \ddot{=} \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}]\rceil)]$

$[\mathrm{Ex}_{20} \stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "Ex_{20}"]

$[\mathrm{Ex}_{20} \stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "ex20"]

$*_{\mathrm{Ex}}$

$[\mathsf{x}_{\mathrm{Ex}} \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "#1.
_{Ex}"]

$[*_{\mathrm{Ex}} \stackrel{\mathrm{pyk}}{\to}$ "existential var " end var"]

$*^{\mathrm{Ex}}$

$[\mathsf{x}^{\mathrm{Ex}} \stackrel{\mathrm{val}}{\to} \mathsf{x} \stackrel{\mathrm{r}}{=} \lceil \mathsf{x}_{\mathrm{Ex}} \rceil]$

$[\mathsf{x}^{\mathrm{Ex}} \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "#1.
^{Ex}"]

$[*^{\mathrm{Ex}} \stackrel{\mathrm{pyk}}{\to}$ "" is existential var"]

$\langle * \equiv * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ex}}$

$[\langle \mathsf{a} \equiv \mathsf{b} | \mathsf{x} := \mathsf{t} \rangle_{\mathrm{Ex}} \stackrel{\mathrm{macro}}{\to} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t}, \mathsf{s}, \mathsf{c}, \lceil [\langle \mathsf{a} \equiv \mathsf{b} | \mathsf{x} := \mathsf{t} \rangle_{\mathrm{Ex}} \stackrel{..}{=} \langle \lceil \mathsf{a} \rceil \equiv^0 \lceil \mathsf{b} \rceil | \lceil \mathsf{x} \rceil := \lceil \mathsf{t} \rceil \rangle_{\mathrm{Ex}}] \rceil)]$

$[\langle \mathsf{x} \equiv \mathsf{y} | \mathsf{z} := \mathsf{u} \rangle_{\mathrm{Ex}} \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "\langle #1.
{\equiv} #2.
| #3.
{:=} #4.
\rangle_{Ex} "]

$[\langle * \equiv * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ex}} \stackrel{\mathrm{pyk}}{\to}$ "exist-sub " is " where " is " end sub"]

$\langle * \equiv^0 * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ex}}$

$[\langle \mathsf{a} \equiv^0 \mathsf{b} | \mathsf{x} := \mathsf{t} \rangle_{\mathrm{Ex}} \stackrel{\mathrm{val}}{\to} \lambda \mathsf{c}.\mathsf{x}^{\mathrm{Ex}} \wedge \langle \mathsf{a} \equiv^1 \mathsf{b} | \mathsf{x} := \mathsf{t} \rangle_{\mathrm{Ex}}]$

$[\langle \mathsf{x} \equiv^0 \mathsf{y} | \mathsf{z} := \mathsf{u} \rangle_{\mathrm{Ex}} \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "\langle #1.
{\equiv}^0 #2.
| #3.
{:=} #4.
\rangle_{Ex} "]

$[\langle * \equiv^0 * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ex}} \stackrel{\mathrm{pyk}}{\to}$ "exist-sub0 " is " where " is " end sub"]

$\langle * \equiv^1 * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ex}}$

$[\langle \mathsf{a} \equiv^1 \mathsf{b} | \mathsf{x} := \mathsf{t} \rangle_{\mathrm{Ex}} \stackrel{\mathrm{val}}{\to} \mathsf{a}!\mathsf{x}!\mathsf{t}!$
$\mathrm{If}(\mathsf{b} \stackrel{\mathrm{r}}{=} \lceil \forall_{\mathsf{obj}} \mathsf{u} \colon \mathsf{v} \rceil, \mathsf{F},$
$\mathrm{If}(\mathsf{b}^{\mathrm{Ex}} \wedge \mathsf{b} \stackrel{\mathrm{t}}{=} \mathsf{x}, \mathsf{a} \stackrel{\mathrm{t}}{=} \mathsf{t}, \mathrm{If}($
$\mathsf{a} \stackrel{\mathrm{r}}{=} \mathsf{b}, \langle \mathsf{a}^{\mathrm{t}} \equiv^* \mathsf{b}^{\mathrm{t}} | \mathsf{x} := \mathsf{t} \rangle_{\mathrm{Ex}}, \mathsf{F})))]$

$[\langle \mathsf{x} \equiv^1 \mathsf{y} | \mathsf{z} := \mathsf{u} \rangle_{\mathrm{Ex}} \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "\langle #1.
{\equiv}^1 #2.
| #3.
{:=} #4.
\rangle_{Ex} "]

$[\langle * \equiv^1 * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ex}} \stackrel{\mathrm{pyk}}{\to}$ "exist-sub1 " is " where " is " end sub"]

$\langle * \equiv^* * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ex}}$

$[\langle \mathsf{a} \equiv^* \mathsf{b} | \mathsf{x} := \mathsf{t} \rangle_{\mathrm{Ex}} \stackrel{\mathrm{val}}{\to} \mathsf{b}!\mathsf{x}!\mathsf{t}!\mathrm{If}(\mathsf{a}, \mathsf{T}, \mathrm{If}(\langle \mathsf{a}^{\mathrm{h}} \equiv^1 \mathsf{b}^{\mathrm{h}} | \mathsf{x} := \mathsf{t} \rangle_{\mathrm{Ex}}, \langle \mathsf{a}^{\mathrm{t}} \equiv^* \mathsf{b}^{\mathrm{t}} | \mathsf{x} := \mathsf{t} \rangle_{\mathrm{Ex}}, \mathsf{F}))]$

$[\langle \mathsf{x} \equiv^* \mathsf{y} | \mathsf{z} := \mathsf{u} \rangle_{\mathrm{Ex}} \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "\langle #1.
{\equiv}^* #2.
| #3.
{:=} #4.
\rangle_{Ex} "]

$[\langle * \equiv^* * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ex}} \stackrel{\mathrm{pyk}}{\to}$ "exist-sub* " is " where " is " end sub"]

ph_1

$[\mathrm{ph}_1 \stackrel{\mathrm{macro}}{\to} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t}, \mathsf{s}, \mathsf{c}, \lceil [\mathrm{ph}_1 \ddot{=} \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}] \rceil)]$

$[\mathrm{ph}_1 \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "ph_{1}"]

$[\mathrm{ph}_1 \stackrel{\mathrm{pyk}}{\to}$ "placeholder-var1"]

ph_2

$[\mathrm{ph}_2 \stackrel{\mathrm{macro}}{\to} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t}, \mathsf{s}, \mathsf{c}, \lceil [\mathrm{ph}_2 \ddot{=} \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}] \rceil)]$

$[\mathrm{ph}_2 \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "ph_{2}"]

$[\mathrm{ph}_2 \stackrel{\mathrm{pyk}}{\to}$ "placeholder-var2"]

ph_3

$[\mathrm{ph}_3 \stackrel{\mathrm{macro}}{\to} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t},\mathsf{s},\mathsf{c},\lceil [\mathrm{ph}_3 \stackrel{..}{=} \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}}]\rceil)]$

$[\mathrm{ph}_3 \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "ph_{3}"]

$[\mathrm{ph}_3 \stackrel{\mathrm{pyk}}{\to}$ "placeholder-var3"]

$*_{\mathrm{Ph}}$

$[\mathsf{x}_{\mathrm{Ph}} \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "#1.
_{Ph} "]

$[*_{\mathrm{Ph}} \stackrel{\mathrm{pyk}}{\to}$ "placeholder-var " end var"]

$*^{\mathrm{Ph}}$

$[\mathsf{x}^{\mathrm{Ph}} \stackrel{\mathrm{val}}{\to} \mathsf{x} \stackrel{\mathrm{r}}{=} \lceil \mathsf{x}_{\mathrm{Ph}} \rceil]$

$[\mathsf{x}^{\mathrm{Ph}} \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "#1.
^{Ph}"]

$[*^{\mathrm{Ph}} \stackrel{\mathrm{pyk}}{\to}$ "" is placeholder-var"]

$\langle * \equiv * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ph}}$

$[\langle \mathsf{a}\equiv\mathsf{b}|\mathsf{x}{:=}\mathsf{t}\rangle_{\mathrm{Ph}} \stackrel{\mathrm{macro}}{\to} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t},\mathsf{s},\mathsf{c},\lceil [\langle \mathsf{a}\equiv\mathsf{b}|\mathsf{x}{:=}\mathsf{t}\rangle_{\mathrm{Ph}} \stackrel{..}{=} \langle\lceil \mathsf{a}\rceil \equiv^0 \lceil \mathsf{b}\rceil|\lceil \mathsf{x}\rceil{:=}\lceil \mathsf{t}\rceil\rangle_{\mathrm{Ph}}]\rceil)]$

$[\langle \mathsf{x}\equiv\mathsf{y}|\mathsf{z}{:=}\mathsf{u}\rangle_{\mathrm{Ph}} \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "\langle #1.
{\equiv} #2.
| #3.
{:=} #4.
\rangle_{Ph} "]

$[\langle * \equiv * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ph}} \stackrel{\mathrm{pyk}}{\to}$ "ph-sub " is " where " is " end sub"]

$\langle * \equiv^0 * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ph}}$

$[\langle \mathsf{a}\equiv^0\mathsf{b}|\mathsf{x}{:=}\mathsf{t}\rangle_{\mathrm{Ph}} \stackrel{\mathrm{val}}{\to} \lambda \mathsf{c}.\mathsf{x}^{\mathrm{Ph}} \wedge \langle \mathsf{a}\equiv^1\mathsf{b}|\mathsf{x}{:=}\mathsf{t}\rangle_{\mathrm{Ph}}]$

$[\langle \mathsf{x}\equiv^0\mathsf{y}|\mathsf{z}{:=}\mathsf{u}\rangle_{\mathrm{Ph}} \stackrel{\mathrm{tex}}{\to}$ "\langle #1.
{\equiv}^0 #2.

| #3.
{:=} #4.
\rangle_{Ph} "]

$[\langle * \equiv^0 * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ph}} \overset{\mathrm{pyk}}{\to}$ "ph-sub0 " is " where " is " end sub"]

$\langle * \equiv^1 * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ph}}$

$[\langle \mathsf{a} \equiv^1 \mathsf{b} | \mathsf{x} := \mathsf{t} \rangle_{\mathrm{Ph}} \overset{\mathrm{val}}{\to} \mathsf{a!x!t!}$
$\mathrm{If}(\mathsf{b} \overset{\mathrm{r}}{=} \lceil \forall_{\mathrm{obj}} \mathsf{u} \colon \mathsf{v} \rceil, \mathsf{F},$
$\mathrm{If}(\mathsf{b}^{\mathrm{Ph}} \wedge \mathsf{b} \overset{\mathrm{t}}{=} \mathsf{x}, \mathsf{a} \overset{\mathrm{t}}{=} \mathsf{t},$
$\mathrm{If}(\mathsf{b}^{\mathrm{Ex}}, \mathsf{a} \overset{\mathrm{r}}{=} \mathsf{b}, \mathrm{If}($
$\mathsf{a} \overset{\mathrm{r}}{=} \mathsf{b}, \langle \mathsf{a}^{\mathrm{t}} \equiv^* \mathsf{b}^{\mathrm{t}} | \mathsf{x} := \mathsf{t} \rangle_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{F}))))]$

$[\langle \mathsf{x} \equiv^1 \mathsf{y} | \mathsf{z} := \mathsf{u} \rangle_{\mathrm{Ph}} \overset{\mathrm{tex}}{\to}$ "\langle #1.
{\equiv}^1 #2.
| #3.
{:=} #4.
\rangle_{Ph} "]

$[\langle * \equiv^1 * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ph}} \overset{\mathrm{pyk}}{\to}$ "ph-sub1 " is " where " is " end sub"]

$\langle * \equiv^* * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ph}}$

$[\langle \mathsf{a} \equiv^* \mathsf{b} | \mathsf{x} := \mathsf{t} \rangle_{\mathrm{Ph}} \overset{\mathrm{val}}{\to} \mathsf{b!x!t!}\mathrm{If}(\mathsf{a}, \mathsf{T}, \mathrm{If}(\langle \mathsf{a}^{\mathrm{h}} \equiv^1 \mathsf{b}^{\mathrm{h}} | \mathsf{x} := \mathsf{t} \rangle_{\mathrm{Ph}}, \langle \mathsf{a}^{\mathrm{t}} \equiv^* \mathsf{b}^{\mathrm{t}} | \mathsf{x} := \mathsf{t} \rangle_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{F}))]$

$[\langle \mathsf{x} \equiv^* \mathsf{y} | \mathsf{z} := \mathsf{u} \rangle_{\mathrm{Ph}} \overset{\mathrm{tex}}{\to}$ "\langle #1.
{\equiv}^* #2.
| #3.
{:=} #4.
\rangle_{Ph} "]

$[\langle * \equiv^* * \mid * := * \rangle_{\mathrm{Ph}} \overset{\mathrm{pyk}}{\to}$ "ph-sub* " is " where " is " end sub"]

bs

$[\mathsf{bs} \overset{\mathrm{tex}}{\to}$ "\mathsf {bs}"]

$[\mathsf{bs} \overset{\mathrm{pyk}}{\to}$ "var big set"]

OBS

$[\mathsf{OBS} \overset{\text{macro}}{\to} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t},\mathsf{s},\mathsf{c},\lceil[\mathsf{OBS} \ddot{=} \overline{\mathsf{bs}}]\rceil)]$

$[\mathsf{OBS} \overset{\text{tex}}{\to}$ " \mathsf {OBS}"]

$[\mathsf{OBS} \overset{\text{pyk}}{\to}$ "object big set"]

$\mathcal{BS}$

$[\mathcal{BS} \overset{\text{macro}}{\to} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t},\mathsf{s},\mathsf{c},\lceil[\mathcal{BS} \ddot{=} \underline{\mathsf{bs}}]\rceil)]$

$[\mathcal{BS} \overset{\text{tex}}{\to}$ "{\cal BS}"]

$[\mathcal{BS} \overset{\text{pyk}}{\to}$ "meta big set"]

$\emptyset$

$[\emptyset \overset{\text{tex}}{\to}$ "\mathrm{\O}"]

$[\emptyset \overset{\text{pyk}}{\to}$ "zermelo empty set"]

ZFsub

$[\mathrm{ZFsub} \overset{\text{stmt}}{\to} \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \dot{\neg} \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \oplus \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \dot{\neg} \underline{\mathsf{s}} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{x}}) \Rightarrow \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{s}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{s}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{x}}) \oplus \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{a}} \oplus \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \dot{\neg} \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \underline{\mathsf{x}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot{\neg} \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg} \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \vdash \underline{\mathsf{y}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot{\neg} \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg} \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \vdash \dot{\neg} \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \vdash \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{x}}\},\{\underline{\mathsf{y}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \mid \dot{\neg} \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg} \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \underline{\mathsf{y}}\} = \emptyset \oplus \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \lambda \mathrm{x}.\mathrm{Dedu}_0(\lceil \underline{\mathsf{a}} \rceil, \lceil \underline{\mathsf{b}} \rceil) \Vdash \underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{b}} \oplus \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \dot{\neg} \underline{\mathsf{s}} \in \{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{y}}\} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{\mathsf{s}} = \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} = \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg} \dot{\neg} \underline{\mathsf{s}} = \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} = \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{y}}\} \oplus \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \vdash \underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{b}} \oplus \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{t}}\colon \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \langle \lceil \underline{\mathsf{a}} \rceil \equiv^0 \lceil \underline{\mathsf{b}} \rceil | \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil := \lceil \underline{\mathsf{t}} \rceil \rangle_{\mathrm{Ex}} \Vdash \underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{b}} \oplus \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \dot{\neg} \underline{\mathsf{s}} \in \cup \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{\mathsf{s}} \in \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} \Rightarrow \dot{\neg} \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg} \dot{\neg} \underline{\mathsf{s}} \in \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} \Rightarrow \dot{\neg} \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \cup \underline{\mathsf{x}} \oplus \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \underline{\mathsf{a}} \vdash \forall_{\mathrm{obj}} \underline{\mathsf{x}}\colon \underline{\mathsf{a}} \oplus \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \forall \underline{\mathsf{p}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{z}}\colon \underline{\mathsf{p}}^{\mathrm{Ph}} \wedge \langle \lceil \underline{\mathsf{b}} \rceil \equiv^0 \lceil \underline{\mathsf{a}} \rceil | \lceil \underline{\mathsf{p}} \rceil := \lceil \underline{\mathsf{z}} \rceil \rangle_{\mathrm{Ph}} \Vdash \dot{\neg} \underline{\mathsf{z}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{x}} \mid \underline{\mathsf{a}}\} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{\mathsf{z}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg} \dot{\neg} \underline{\mathsf{z}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{z}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{x}} \mid \underline{\mathsf{a}}\} \oplus \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \dot{\neg} \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{a}} \vdash \dot{\neg} \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{b}} \oplus \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \dot{\neg} \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset]$

$[\mathrm{ZFsub} \overset{\text{tex}}{\to}$ "ZFsub"]

$[\mathrm{ZFsub} \overset{\text{pyk}}{\to}$ "system zf"]

MP

[MP $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow}$ Rule tactic]

[MP $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow}$ ZFsub $\vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \vdash \underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{b}}$]

[MP $\stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "MP"]

[MP $\stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "1rule mp"]

Gen

[Gen $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow}$ Rule tactic]

[Gen $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow}$ ZFsub $\vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \underline{\mathsf{a}} \vdash \forall_{\text{obj}} \underline{\mathsf{x}}\colon \underline{\mathsf{a}}$]

[Gen $\stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "Gen"]

[Gen $\stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "1rule gen"]

Repetition

[Repetition $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow}$ Rule tactic]

[Repetition $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow}$ ZFsub $\vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{a}}$]

[Repetition $\stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "Repetition"]

[Repetition $\stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "1rule repetition"]

Neg

[Neg $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow}$ Rule tactic]

[Neg $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow}$ ZFsub $\vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{a}} \vdash \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{b}}$]

[Neg $\stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "Neg"]

[Neg $\stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "1rule ad absurdum"]

Ded

[Ded $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow}$ Rule tactic]

[Ded $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow}$ ZFsub $\vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \lambda x.\text{Dedu}_0(\lceil \underline{\mathsf{a}} \rceil, \lceil \underline{\mathsf{b}} \rceil) \Vdash \underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{b}}$]

$[\mathrm{Ded} \stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow} \text{“Ded”}]$

$[\mathrm{Ded} \stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow} \text{“1rule deduction”}]$

ExistIntro

$[\mathrm{ExistIntro} \stackrel{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \mathrm{Rule\ tactic}]$

$[\mathrm{ExistIntro} \stackrel{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{t}}\colon \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \langle \lceil \underline{\mathsf{a}} \rceil \equiv^0 \lceil \underline{\mathsf{b}} \rceil | \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil {:=} \lceil \underline{\mathsf{t}} \rceil \rangle_{\mathrm{Ex}} \Vdash \underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{b}}]$

$[\mathrm{ExistIntro} \stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow} \text{“ExistIntro”}]$

$[\mathrm{ExistIntro} \stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow} \text{“1rule exist intro”}]$

Extensionality

$[\mathrm{Extensionality} \stackrel{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \mathrm{Rule\ tactic}]$

$[\mathrm{Extensionality} \stackrel{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \dot{\neg}\, \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \dot{\neg}\, \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}}]$

$[\mathrm{Extensionality} \stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow} \text{“Extensionality”}]$

$[\mathrm{Extensionality} \stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow} \text{“axiom extensionality”}]$

Ødef

$[\text{Ødef} \stackrel{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \mathrm{Rule\ tactic}]$

$[\text{Ødef} \stackrel{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \text{Ø}]$

$[\text{Ødef} \stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow} \text{“\textbackslash O\{\}def”}]$

$[\text{Ødef} \stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow} \text{“axiom empty set”}]$

PairDef

$[\mathrm{PairDef} \stackrel{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \mathrm{Rule\ tactic}]$

$[\mathrm{PairDef} \stackrel{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{y}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} = \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} = \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} = \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} = \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{y}}\}]$

$[\mathrm{PairDef} \stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow} \text{“PairDef”}]$

$[\mathrm{PairDef} \stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow} \text{“axiom pair definition”}]$

UnionDef

[UnionDef $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow}$ Rule tactic]

[UnionDef $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow}$ ZFsub $\vdash \forall \underline{\mathsf{s}} \colon \forall \underline{\mathsf{x}} \colon \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \cup \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \cup \underline{\mathsf{x}}$]

[UnionDef $\stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "UnionDef"]

[UnionDef $\stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "axiom union definition"]

PowerDef

[PowerDef $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow}$ Rule tactic]

[PowerDef $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow}$ ZFsub $\vdash \forall \underline{\mathsf{s}} \colon \forall \underline{\mathsf{x}} \colon \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{x}}) \Rightarrow \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{s}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{s}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{x}})$]

[PowerDef $\stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "PowerDef"]

[PowerDef $\stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "axiom power definition"]

SeparationDef

[SeparationDef $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow}$ Rule tactic]

[SeparationDef $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow}$ ZFsub $\vdash \forall \underline{\mathsf{a}} \colon \forall \underline{\mathsf{b}} \colon \forall \underline{\mathsf{p}} \colon \forall \underline{\mathsf{x}} \colon \forall \underline{\mathsf{z}} \colon \underline{\mathsf{p}}^{\mathrm{Ph}} \wedge \langle \lceil \underline{\mathsf{b}} \rceil \equiv^{0} \lceil \underline{\mathsf{a}} \rceil | \lceil \underline{\mathsf{p}} \rceil := \lceil \underline{\mathsf{z}} \rceil \rangle_{\mathrm{Ph}} \Vdash \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{z}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{x}} \mid \underline{\mathsf{a}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{z}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg}\, \underline{\mathsf{z}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{z}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{x}} \mid \underline{\mathsf{a}}\}$]

[SeparationDef $\stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "SeparationDef"]

[SeparationDef $\stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "axiom separation definition"]

CheatAllDisjoint

[CheatAllDisjoint $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow}$ Rule tactic]

[CheatAllDisjoint $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow}$ ZFsub $\vdash \forall \underline{\mathsf{r}} \colon \forall \underline{\mathsf{x}} \colon \forall \underline{\mathsf{y}} \colon \forall \underline{\mathsf{bs}} \colon \dot{\neg}\dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}} \colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \underline{\mathsf{x}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot{\neg}\, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg} \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \vdash \underline{\mathsf{y}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot{\neg}\, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg} \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \vdash \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \vdash \{\mathrm{ph} \in \cup \{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \mid \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \underline{\mathsf{y}}\} = \emptyset$]

[CheatAllDisjoint $\stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "CheatAllDisjoint"]

[CheatAllDisjoint $\stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "cheating axiom all disjoint"]

AddDoubleNeg

[AddDoubleNeg $\stackrel{\mathrm{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \dot{\neg}\dot{\neg}\dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \vdash \mathrm{RemoveDoubleNeg} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \gg \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}}; \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \mathrm{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \dot{\neg}\dot{\neg}\dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \vdash \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \gg \dot{\neg}\dot{\neg}\dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}}; \underline{\mathsf{a}} \vdash \mathrm{Weakening} \rhd \underline{\mathsf{a}} \gg \dot{\neg}\dot{\neg}\dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{a}}; \mathrm{Neg} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{a}} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \gg \dot{\neg}\dot{\neg}\underline{\mathsf{a}}\rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})$]

[AddDoubleNeg $\stackrel{\mathrm{stmt}}{\rightarrow}$ $\mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \underline{\mathsf{a}} \vdash \dot{\neg}\dot{\neg}\underline{\mathsf{a}}$]

[AddDoubleNeg $\stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "AddDoubleNeg"]

[AddDoubleNeg $\stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "prop lemma add double neg"]

RemoveDoubleNeg

[RemoveDoubleNeg $\stackrel{\mathrm{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \dot{\neg}\dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \vdash \mathrm{Weakening} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \gg \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg}\underline{\mathsf{a}}; \mathrm{AutoImply} \gg \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}}; \mathrm{Neg} \rhd \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \rhd \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \gg \underline{\mathsf{a}}\rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})$]

[RemoveDoubleNeg $\stackrel{\mathrm{stmt}}{\rightarrow}$ $\mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \dot{\neg}\dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{a}}$]

[RemoveDoubleNeg $\stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "RemoveDoubleNeg"]

[RemoveDoubleNeg $\stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "prop lemma remove double neg"]

AndCommutativity

[AndCommutativity $\stackrel{\mathrm{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{a}} \vdash \mathrm{AddDoubleNeg} \rhd \underline{\mathsf{a}} \gg \dot{\neg}\dot{\neg}\underline{\mathsf{a}}; \mathrm{MT} \rhd \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \gg \dot{\neg}\underline{\mathsf{b}}; \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \mathrm{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{a}} \vdash \dot{\neg}\underline{\mathsf{b}} \gg \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\underline{\mathsf{b}}; \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\underline{\mathsf{b}} \vdash \mathrm{Repetition} \gg \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\underline{\mathsf{b}}; \mathrm{MT} \rhd \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\underline{\mathsf{b}} \rhd \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\underline{\mathsf{b}} \gg \dot{\neg}\underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}}; \mathrm{Repetition} \rhd \dot{\neg}\underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \gg \dot{\neg}\underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}}\rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})$]

[AndCommutativity $\stackrel{\mathrm{stmt}}{\rightarrow}$ $\mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\underline{\mathsf{b}} \vdash \dot{\neg}\underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\underline{\mathsf{a}}$]

[AndCommutativity $\stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "AndCommutativity"]

[AndCommutativity $\stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "prop lemma and commutativity"]

AutoImply

$[\mathrm{AutoImply} \stackrel{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \underline{\mathsf{a}} \vdash \mathrm{Repetition} \rhd \underline{\mathsf{a}} \gg \underline{\mathsf{a}}; \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \mathrm{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{a}} \gg \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{a}} \rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{AutoImply} \stackrel{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{a}}]$

[AutoImply $\stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ “AutoImply”]

[AutoImply $\stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ “prop lemma auto imply”]

Contrapositive

$[\mathrm{Contrapositive} \stackrel{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \vdash \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \vdash \mathrm{MT} \rhd \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \gg \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}}; \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \vdash \mathrm{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \vdash \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \vdash \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \gg \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}}; \mathrm{MP} \rhd \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \rhd \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \gg \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{Contrapositive} \stackrel{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \vdash \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}}]$

[Contrapositive $\stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ “Contrapositive”]

[Contrapositive $\stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ “prop lemma contrapositive”]

FirstConjunct

$[\mathrm{FirstConjunct} \stackrel{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \vdash \mathrm{AndCommutativity} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \gg \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}}; \mathrm{SecondConjunct} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \gg \underline{\mathsf{a}} \rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{FirstConjunct} \stackrel{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \vdash \underline{\mathsf{a}}]$

[FirstConjunct $\stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ “FirstConjunct”]

[FirstConjunct $\stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ “prop lemma first conjunct”]

SecondConjunct

$[\mathrm{SecondConjunct} \stackrel{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \vdash \mathrm{Weakening} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \gg \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}}; \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \mathrm{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \vdash \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \gg \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}}; \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \vdash \mathrm{Repetition} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \gg \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}}; \mathrm{NegativeMT} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \gg \underline{\mathsf{b}} \rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{SecondConjunct} \stackrel{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \vdash \underline{\mathsf{b}}]$

[SecondConjunct $\stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ “SecondConjunct”]

[SecondConjunct $\stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "prop lemma second conjunct"]

FromContradiction

[FromContradiction $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow} \lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \underline{a} \vdash \dot{\neg}\, \underline{a} \vdash \mathrm{Weakening} \rhd \underline{a} \gg \dot{\neg}\, \underline{b} \Rightarrow \underline{a}; \mathrm{Weakening} \rhd \dot{\neg}\, \underline{a} \gg \dot{\neg}\, \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{a}; \mathrm{Neg} \rhd \dot{\neg}\, \underline{b} \Rightarrow \underline{a} \rhd \dot{\neg}\, \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{a} \gg \underline{b}\rceil, p_0, c)$]

[FromContradiction $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \underline{a} \vdash \dot{\neg}\, \underline{a} \vdash \underline{b}$]

[FromContradiction $\stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "FromContradiction"]

[FromContradiction $\stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "prop lemma from contradiction"]

FromDisjuncts

[FromDisjuncts $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow} \lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \forall \underline{c}\colon \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \vdash \underline{a} \Rightarrow \underline{c} \vdash \underline{b} \Rightarrow \underline{c} \vdash \mathrm{Repetition} \rhd \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \gg \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b}; \mathrm{Contrapositive} \rhd \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \gg \dot{\neg}\, \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \underline{a}; \mathrm{Technicality} \rhd \underline{a} \Rightarrow \underline{c} \gg \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{c}; \mathrm{ImplyTransitivity} \rhd \dot{\neg}\, \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \underline{a} \rhd \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{c} \gg \dot{\neg}\, \underline{b} \Rightarrow \underline{c}; \mathrm{Contrapositive} \rhd \dot{\neg}\, \underline{b} \Rightarrow \underline{c} \gg \dot{\neg}\, \underline{c} \Rightarrow \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \underline{b}; \mathrm{Contrapositive} \rhd \underline{b} \Rightarrow \underline{c} \gg \dot{\neg}\, \underline{c} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{b}; \mathrm{Neg} \rhd \dot{\neg}\, \underline{c} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{b} \rhd \dot{\neg}\, \underline{c} \Rightarrow \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \underline{b} \gg \underline{c}\rceil, p_0, c)$]

[FromDisjuncts $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \forall \underline{c}\colon \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \vdash \underline{a} \Rightarrow \underline{c} \vdash \underline{b} \Rightarrow \underline{c} \vdash \underline{c}$]

[FromDisjuncts $\stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "FromDisjuncts"]

[FromDisjuncts $\stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "prop lemma from disjuncts"]

IffCommutativity

[IffCommutativity $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow} \lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{b} \Rightarrow \underline{a} \vdash \mathrm{Repetition} \rhd \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{b} \Rightarrow \underline{a} \gg \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{b} \Rightarrow \underline{a}; \mathrm{AndCommutativity} \rhd \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{b} \Rightarrow \underline{a} \gg \dot{\neg}\, \underline{b} \Rightarrow \underline{a} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b}; \mathrm{Repetition} \rhd \dot{\neg}\, \underline{b} \Rightarrow \underline{a} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \gg \dot{\neg}\, \underline{b} \Rightarrow \underline{a} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b}\rceil, p_0, c)$]

[IffCommutativity $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{b} \Rightarrow \underline{a} \vdash \dot{\neg}\, \underline{b} \Rightarrow \underline{a} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b}$]

[IffCommutativity $\stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "IffCommutativity"]

[IffCommutativity $\stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "prop lemma iff commutativity"]

IffFirst

[IffFirst $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow} \lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \dot{\neg}\,\underline{a} \Rightarrow \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{b} \Rightarrow \underline{a} \vdash \underline{b} \vdash \text{SecondConjunct} \rhd \dot{\neg}\,\underline{a} \Rightarrow \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{b} \Rightarrow \underline{a} \gg \underline{b} \Rightarrow \underline{a}; \text{MP} \rhd \underline{b} \Rightarrow \underline{a} \rhd \underline{b} \gg \underline{a}\rceil, \text{p}_0, c)$]

[IffFirst $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow} \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \dot{\neg}\,\underline{a} \Rightarrow \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{b} \Rightarrow \underline{a} \vdash \underline{b} \vdash \underline{a}$]

[IffFirst $\stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "IffFirst"]

[IffFirst $\stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "prop lemma iff first"]

IffSecond

[IffSecond $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow} \lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \dot{\neg}\,\underline{a} \Rightarrow \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{b} \Rightarrow \underline{a} \vdash \underline{a} \vdash \text{FirstConjunct} \rhd \dot{\neg}\,\underline{a} \Rightarrow \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{b} \Rightarrow \underline{a} \gg \underline{a} \Rightarrow \underline{b}; \text{MP} \rhd \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \rhd \underline{a} \gg \underline{b}\rceil, \text{p}_0, c)$]

[IffSecond $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow} \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \dot{\neg}\,\underline{a} \Rightarrow \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{b} \Rightarrow \underline{a} \vdash \underline{a} \vdash \underline{b}$]

[IffSecond $\stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "IffSecond"]

[IffSecond $\stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "prop lemma iff second"]

ImplyTransitivity

[ImplyTransitivity $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow} \lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \forall \underline{c}\colon \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \vdash \underline{b} \Rightarrow \underline{c} \vdash \underline{a} \vdash \text{MP} \rhd \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \rhd \underline{a} \gg \underline{b}; \text{MP} \rhd \underline{b} \Rightarrow \underline{c} \rhd \underline{b} \gg \underline{c}; \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \forall \underline{c}\colon \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \vdash \underline{b} \Rightarrow \underline{c} \vdash \text{Ded} \rhd \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \forall \underline{c}\colon \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \vdash \underline{b} \Rightarrow \underline{c} \vdash \underline{a} \vdash \underline{c} \gg \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \Rightarrow \underline{b} \Rightarrow \underline{c} \Rightarrow \underline{a} \Rightarrow \underline{c}; \text{MP2} \rhd \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \Rightarrow \underline{b} \Rightarrow \underline{c} \Rightarrow \underline{a} \Rightarrow \underline{c} \rhd \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \rhd \underline{b} \Rightarrow \underline{c} \gg \underline{a} \Rightarrow \underline{c}\rceil, \text{p}_0, c)$]

[ImplyTransitivity $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow} \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \forall \underline{c}\colon \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \vdash \underline{b} \Rightarrow \underline{c} \vdash \underline{a} \Rightarrow \underline{c}$]

[ImplyTransitivity $\stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "ImplyTransitivity"]

[ImplyTransitivity $\stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "prop lemma imply transitivity"]

JoinConjuncts

[JoinConjuncts $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow} \lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \underline{a} \vdash \underline{a} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{b} \vdash \text{MP} \rhd \underline{a} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{b} \rhd \underline{a} \gg \dot{\neg}\,\underline{b}; \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \text{Ded} \rhd \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \underline{a} \vdash \underline{a} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{b} \vdash \dot{\neg}\,\underline{b} \gg \underline{a} \Rightarrow \underline{a} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{b}; \underline{a} \vdash \underline{b} \vdash \text{MP} \rhd \underline{a} \Rightarrow \underline{a} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{b} \rhd \underline{a} \gg \underline{a} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{b}; \text{AddDoubleNeg} \rhd \underline{b} \gg \dot{\neg}\,\dot{\neg}\,\underline{b}; \text{MT} \rhd \underline{a} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{b} \rhd \dot{\neg}\,\dot{\neg}\,\underline{b} \gg \dot{\neg}\,\underline{a} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{b}; \text{Repetition} \rhd \dot{\neg}\,\underline{a} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{b} \gg \dot{\neg}\,\underline{a} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{b}\rceil, \text{p}_0, c)$]

[JoinConjuncts $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow} \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \underline{a} \vdash \underline{b} \vdash \dot{\neg}\,\underline{a} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{b}$]

$[\text{JoinConjuncts} \overset{\text{tex}}{\rightarrow} \text{“JoinConjuncts”}]$

$[\text{JoinConjuncts} \overset{\text{pyk}}{\rightarrow} \text{“prop lemma join conjuncts”}]$

MP2

$[\text{MP2} \overset{\text{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \forall \underline{\mathsf{c}}\colon \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}} \vdash \underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{b}} \vdash \text{MP} \rhd \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}} \rhd \underline{\mathsf{a}} \gg \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}}; \text{MP} \rhd \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}} \rhd \underline{\mathsf{b}} \gg \underline{\mathsf{c}} \rceil, \text{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\text{MP2} \overset{\text{stmt}}{\rightarrow} \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \forall \underline{\mathsf{c}}\colon \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}} \vdash \underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{b}} \vdash \underline{\mathsf{c}}]$

$[\text{MP2} \overset{\text{tex}}{\rightarrow} \text{“MP2”}]$

$[\text{MP2} \overset{\text{pyk}}{\rightarrow} \text{“prop lemma mp2”}]$

MP3

$[\text{MP3} \overset{\text{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \forall \underline{\mathsf{c}}\colon \forall \underline{\mathsf{d}}\colon \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \underline{\mathsf{d}} \vdash \underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{b}} \vdash \underline{\mathsf{c}} \vdash \text{MP2} \rhd \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \underline{\mathsf{d}} \rhd \underline{\mathsf{a}} \rhd \underline{\mathsf{b}} \gg \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \underline{\mathsf{d}}; \text{MP} \rhd \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \underline{\mathsf{d}} \rhd \underline{\mathsf{c}} \gg \underline{\mathsf{d}} \rceil, \text{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\text{MP3} \overset{\text{stmt}}{\rightarrow} \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \forall \underline{\mathsf{c}}\colon \forall \underline{\mathsf{d}}\colon \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \underline{\mathsf{d}} \vdash \underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{b}} \vdash \underline{\mathsf{c}} \vdash \underline{\mathsf{d}}]$

$[\text{MP3} \overset{\text{tex}}{\rightarrow} \text{“MP3”}]$

$[\text{MP3} \overset{\text{pyk}}{\rightarrow} \text{“prop lemma mp3”}]$

MP4

$[\text{MP4} \overset{\text{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \forall \underline{\mathsf{c}}\colon \forall \underline{\mathsf{d}}\colon \forall \underline{\mathsf{e}}\colon \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \underline{\mathsf{d}} \Rightarrow \underline{\mathsf{e}} \vdash \underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{b}} \vdash \underline{\mathsf{c}} \vdash \underline{\mathsf{d}} \vdash \text{MP2} \rhd \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \underline{\mathsf{d}} \Rightarrow \underline{\mathsf{e}} \rhd \underline{\mathsf{a}} \rhd \underline{\mathsf{b}} \gg \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \underline{\mathsf{d}} \Rightarrow \underline{\mathsf{e}}; \text{MP2} \rhd \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \underline{\mathsf{d}} \Rightarrow \underline{\mathsf{e}} \rhd \underline{\mathsf{c}} \rhd \underline{\mathsf{d}} \gg \underline{\mathsf{e}} \rceil, \text{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\text{MP4} \overset{\text{stmt}}{\rightarrow} \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \forall \underline{\mathsf{c}}\colon \forall \underline{\mathsf{d}}\colon \forall \underline{\mathsf{e}}\colon \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \underline{\mathsf{d}} \Rightarrow \underline{\mathsf{e}} \vdash \underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{b}} \vdash \underline{\mathsf{c}} \vdash \underline{\mathsf{d}} \vdash \underline{\mathsf{e}}]$

$[\text{MP4} \overset{\text{tex}}{\rightarrow} \text{“MP4”}]$

$[\text{MP4} \overset{\text{pyk}}{\rightarrow} \text{“prop lemma mp4”}]$

MP5

$[\text{MP5} \overset{\text{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \forall \underline{\mathsf{c}}\colon \forall \underline{\mathsf{d}}\colon \forall \underline{\mathsf{e}}\colon \forall \underline{\mathsf{f}}\colon \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \underline{\mathsf{d}} \Rightarrow \underline{\mathsf{e}} \Rightarrow \underline{\mathsf{f}} \vdash \underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{b}} \vdash \underline{\mathsf{c}} \vdash \underline{\mathsf{d}} \vdash \underline{\mathsf{e}} \vdash \text{MP3} \rhd \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \underline{\mathsf{d}} \Rightarrow \underline{\mathsf{e}} \Rightarrow \underline{\mathsf{f}} \rhd \underline{\mathsf{a}} \rhd \underline{\mathsf{b}} \rhd \underline{\mathsf{c}} \gg \underline{\mathsf{d}} \Rightarrow \underline{\mathsf{e}} \Rightarrow \underline{\mathsf{f}}; \text{MP2} \rhd \underline{\mathsf{d}} \Rightarrow \underline{\mathsf{e}} \Rightarrow \underline{\mathsf{f}} \rhd \underline{\mathsf{d}} \rhd \underline{\mathsf{e}} \gg \underline{\mathsf{f}} \rceil, \text{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{MP5} \overset{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}} \colon \forall \underline{\mathsf{b}} \colon \forall \underline{\mathsf{c}} \colon \forall \underline{\mathsf{d}} \colon \forall \underline{\mathsf{e}} \colon \forall \underline{\mathsf{f}} \colon \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{c}} \Rightarrow \underline{\mathsf{d}} \Rightarrow \underline{\mathsf{e}} \Rightarrow \underline{\mathsf{f}} \vdash \underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{b}} \vdash \underline{\mathsf{c}} \vdash \underline{\mathsf{d}} \vdash \underline{\mathsf{e}} \vdash \underline{\mathsf{f}}]$

$[\mathrm{MP5} \overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "MP5"$]$

$[\mathrm{MP5} \overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "prop lemma mp5"$]$

MT

$[\mathrm{MT} \overset{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}} \colon \forall \underline{\mathsf{b}} \colon \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \vdash \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \vdash \mathrm{Technicality} \gg \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}}; \mathrm{NegativeMT} \rhd \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \gg \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{MT} \overset{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}} \colon \forall \underline{\mathsf{b}} \colon \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \vdash \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \vdash \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}}]$

$[\mathrm{MT} \overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "MT"$]$

$[\mathrm{MT} \overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "prop lemma mt"$]$

NegativeMT

$[\mathrm{NegativeMT} \overset{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}} \colon \forall \underline{\mathsf{b}} \colon \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \vdash \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \vdash \mathrm{Weakening} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \gg \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}}; \mathrm{Neg} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \gg \underline{\mathsf{a}} \rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{NegativeMT} \overset{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}} \colon \forall \underline{\mathsf{b}} \colon \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \vdash \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \vdash \underline{\mathsf{a}}]$

$[\mathrm{NegativeMT} \overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "NegativeMT"$]$

$[\mathrm{NegativeMT} \overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "prop lemma negative mt"$]$

Technicality

$[\mathrm{Technicality} \overset{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}} \colon \forall \underline{\mathsf{b}} \colon \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \vdash \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \vdash \mathrm{RemoveDoubleNeg} \rhd \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \gg \underline{\mathsf{a}}; \mathrm{MP} \rhd \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \rhd \underline{\mathsf{a}} \gg \underline{\mathsf{b}}; \forall \underline{\mathsf{a}} \colon \forall \underline{\mathsf{b}} \colon \mathrm{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{a}} \colon \forall \underline{\mathsf{b}} \colon \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \vdash \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \vdash \underline{\mathsf{b}} \gg \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}}; \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \vdash \mathrm{MP} \rhd \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \rhd \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \gg \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{Technicality} \overset{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}} \colon \forall \underline{\mathsf{b}} \colon \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \vdash \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}}]$

$[\mathrm{Technicality} \overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "Technicality"$]$

$[\mathrm{Technicality} \overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "prop lemma technicality"$]$

Weakening

[Weakening $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \underline{b} \vdash \underline{a} \vdash \text{Repetition} \rhd \underline{b} \gg \underline{b}; \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \text{Ded} \rhd \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \underline{b} \vdash \underline{a} \vdash \underline{b} \gg \underline{b} \Rightarrow \underline{a} \Rightarrow \underline{b}; \underline{b} \vdash \text{MP} \rhd \underline{b} \Rightarrow \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \rhd \underline{b} \gg \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \rceil, \text{p}_0, c)$]

[Weakening $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow}$ $\text{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \underline{b} \vdash \underline{a} \Rightarrow \underline{b}$]

[Weakening $\stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "Weakening"]

[Weakening $\stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "prop lemma weakening"]

WeakenOr1

[WeakenOr1 $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \underline{b} \vdash \text{Weakening} \rhd \underline{b} \gg \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b}; \text{Repetition} \rhd \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \gg \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \rceil, \text{p}_0, c)$]

[WeakenOr1 $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow}$ $\text{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \underline{b} \vdash \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b}$]

[WeakenOr1 $\stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "WeakenOr1"]

[WeakenOr1 $\stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "prop lemma weaken or first"]

WeakenOr2

[WeakenOr2 $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \underline{a} \vdash \dot{\neg}\, \underline{a} \vdash \text{FromContradiction} \rhd \underline{a} \rhd \dot{\neg}\, \underline{a} \gg \underline{b}; \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \text{Ded} \rhd \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \underline{a} \vdash \dot{\neg}\, \underline{a} \vdash \underline{b} \gg \underline{a} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b}; \underline{a} \vdash \text{MP} \rhd \underline{a} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \rhd \underline{a} \gg \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b}; \text{Repetition} \rhd \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \gg \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \rceil, \text{p}_0, c)$]

[WeakenOr2 $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow}$ $\text{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \underline{a} \vdash \dot{\neg}\, \underline{a} \Rightarrow \underline{b}$]

[WeakenOr2 $\stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "WeakenOr2"]

[WeakenOr2 $\stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "prop lemma weaken or second"]

Formula2Pair

[Formula2Pair $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{s}\colon \forall \underline{x}\colon \forall \underline{y}\colon \dot{\neg}\, \underline{s} = \underline{x} \Rightarrow \underline{s} = \underline{y} \vdash \text{PairDef} \gg \dot{\neg}\, \underline{s} \in \{\underline{x}, \underline{y}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{s} = \underline{x} \Rightarrow \underline{s} = \underline{y} \Rightarrow \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \underline{s} = \underline{x} \Rightarrow \underline{s} = \underline{y} \Rightarrow \underline{s} \in \{\underline{x}, \underline{y}\}; \text{IffFirst} \rhd \dot{\neg}\, \underline{s} \in \{\underline{x}, \underline{y}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{s} = \underline{x} \Rightarrow \underline{s} = \underline{y} \Rightarrow \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \underline{s} = \underline{x} \Rightarrow \underline{s} = \underline{y} \Rightarrow \underline{s} \in \{\underline{x}, \underline{y}\} \rhd \dot{\neg}\, \underline{s} = \underline{x} \Rightarrow \underline{s} = \underline{y} \gg \underline{s} \in \{\underline{x}, \underline{y}\} \rceil, \text{p}_0, c)$]

[Formula2Pair $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow}$ $\text{ZFsub} \vdash \forall \underline{s}\colon \forall \underline{x}\colon \forall \underline{y}\colon \dot{\neg}\, \underline{s} = \underline{x} \Rightarrow \underline{s} = \underline{y} \vdash \underline{s} \in \{\underline{x}, \underline{y}\}$]

[Formula2Pair $\stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "Formula2Pair"]

[Formula2Pair $\stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "lemma formula2pair"]

Pair2Formula

[Pair2Formula $\stackrel{\text{proof}}{\to}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{s}\colon \forall \underline{x}\colon \forall \underline{y}\colon \underline{s} \in \{\underline{x}, \underline{y}\} \vdash \text{PairDef} \gg \dot{\neg} \underline{s} \in \{\underline{x}, \underline{y}\} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{s} = \underline{x} \Rightarrow \underline{s} = \underline{y} \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg} \underline{s} = \underline{x} \Rightarrow \underline{s} = \underline{y} \Rightarrow \underline{s} \in \{\underline{x}, \underline{y}\}; \text{IffSecond} \rhd \dot{\neg} \underline{s} \in \{\underline{x}, \underline{y}\} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{s} = \underline{x} \Rightarrow \underline{s} = \underline{y} \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg} \underline{s} = \underline{x} \Rightarrow \underline{s} = \underline{y} \Rightarrow \underline{s} \in \{\underline{x}, \underline{y}\} \rhd \underline{s} \in \{\underline{x}, \underline{y}\} \gg \dot{\neg} \underline{s} = \underline{x} \Rightarrow \underline{s} = \underline{y} \rceil, p_0, c)$]

[Pair2Formula $\stackrel{\text{stmt}}{\to}$ $\text{ZFsub} \vdash \forall \underline{s}\colon \forall \underline{x}\colon \forall \underline{y}\colon \underline{s} \in \{\underline{x}, \underline{y}\} \vdash \dot{\neg} \underline{s} = \underline{x} \Rightarrow \underline{s} = \underline{y}$]

[Pair2Formula $\stackrel{\text{tex}}{\to}$ "Pair2Formula"]

[Pair2Formula $\stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "lemma pair2formula"]

Formula2Union

[Formula2Union $\stackrel{\text{proof}}{\to}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{s}\colon \forall \underline{x}\colon \underline{s} \in j_{\text{Ex}} \vdash j_{\text{Ex}} \in \underline{x} \vdash \text{JoinConjuncts} \rhd \underline{s} \in j_{\text{Ex}} \rhd j_{\text{Ex}} \in \underline{x} \gg \dot{\neg} \underline{s} \in j_{\text{Ex}} \Rightarrow \dot{\neg} j_{\text{Ex}} \in \underline{x}; \text{UnionDef} \gg \dot{\neg} \underline{s} \in \cup\underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{s} \in j_{\text{Ex}} \Rightarrow \dot{\neg} j_{\text{Ex}} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg} \underline{s} \in j_{\text{Ex}} \Rightarrow \dot{\neg} j_{\text{Ex}} \in \underline{x} \Rightarrow \underline{s} \in \cup\underline{x}; \text{IffFirst} \rhd \dot{\neg} \underline{s} \in \cup\underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{s} \in j_{\text{Ex}} \Rightarrow \dot{\neg} j_{\text{Ex}} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg} \underline{s} \in j_{\text{Ex}} \Rightarrow \dot{\neg} j_{\text{Ex}} \in \underline{x} \Rightarrow \underline{s} \in \cup\underline{x} \rhd \dot{\neg} \underline{s} \in j_{\text{Ex}} \Rightarrow \dot{\neg} j_{\text{Ex}} \in \underline{x} \gg \underline{s} \in \cup\underline{x} \rceil, p_0, c)$]

[Formula2Union $\stackrel{\text{stmt}}{\to}$ $\text{ZFsub} \vdash \forall \underline{s}\colon \forall \underline{x}\colon \underline{s} \in j_{\text{Ex}} \vdash j_{\text{Ex}} \in \underline{x} \vdash \underline{s} \in \cup\underline{x}$]

[Formula2Union $\stackrel{\text{tex}}{\to}$ "Formula2Union"]

[Formula2Union $\stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "lemma formula2union"]

Union2Formula

[Union2Formula $\stackrel{\text{proof}}{\to}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{s}\colon \forall \underline{x}\colon \underline{s} \in \cup\underline{x} \vdash \text{UnionDef} \gg \dot{\neg} \underline{s} \in \cup\underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{s} \in j_{\text{Ex}} \Rightarrow \dot{\neg} j_{\text{Ex}} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg} \underline{s} \in j_{\text{Ex}} \Rightarrow \dot{\neg} j_{\text{Ex}} \in \underline{x} \Rightarrow \underline{s} \in \cup\underline{x}; \text{IffSecond} \rhd \dot{\neg} \underline{s} \in \cup\underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{s} \in j_{\text{Ex}} \Rightarrow \dot{\neg} j_{\text{Ex}} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg} \underline{s} \in j_{\text{Ex}} \Rightarrow \dot{\neg} j_{\text{Ex}} \in \underline{x} \Rightarrow \underline{s} \in \cup\underline{x} \rhd \underline{s} \in \cup\underline{x} \gg \dot{\neg} \underline{s} \in j_{\text{Ex}} \Rightarrow \dot{\neg} j_{\text{Ex}} \in \underline{x} \rceil, p_0, c)$]

[Union2Formula $\stackrel{\text{stmt}}{\to}$ $\text{ZFsub} \vdash \forall \underline{s}\colon \forall \underline{x}\colon \underline{s} \in \cup\underline{x} \vdash \dot{\neg} \underline{s} \in j_{\text{Ex}} \Rightarrow \dot{\neg} j_{\text{Ex}} \in \underline{x}$]

[Union2Formula $\stackrel{\text{tex}}{\to}$ "Union2Formula"]

[Union2Formula $\stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "lemma union2formula"]

Formula2Sep

[Formula2Sep $\overset{\text{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \forall \underline{p}\colon \forall \underline{x}\colon \forall \underline{y}\colon \underline{p}^{\text{Ph}} \wedge \langle \lceil \underline{b} \rceil \equiv^0 \lceil \underline{a} \rceil | \lceil \underline{p} \rceil := \lceil \underline{y} \rceil \rangle_{\text{Ph}} \Vdash \underline{y} \in \underline{x} \vdash \underline{b} \vdash \text{JoinConjuncts} \rhd \underline{y} \in \underline{x} \rhd \underline{b} \gg \dot{\neg} \underline{y} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{b}; \text{SeparationDef} \unrhd \underline{p}^{\text{Ph}} \wedge \langle \lceil \underline{b} \rceil \equiv^0 \lceil \underline{a} \rceil | \lceil \underline{p} \rceil := \lceil \underline{y} \rceil \rangle_{\text{Ph}} \gg \dot{\neg} \underline{y} \in \{\text{ph} \in \underline{x} \mid \underline{a}\} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{y} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg} \underline{y} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{b} \Rightarrow \underline{y} \in \{\text{ph} \in \underline{x} \mid \underline{a}\}; \text{SecondConjunct} \rhd \dot{\neg} \underline{y} \in \{\text{ph} \in \underline{x} \mid \underline{a}\} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{y} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg} \underline{y} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{b} \Rightarrow \underline{y} \in \{\text{ph} \in \underline{x} \mid \underline{a}\} \gg \dot{\neg} \underline{y} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{b} \Rightarrow \underline{y} \in \{\text{ph} \in \underline{x} \mid \underline{a}\}; \text{MP} \rhd \dot{\neg} \underline{y} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{b} \Rightarrow \underline{y} \in \{\text{ph} \in \underline{x} \mid \underline{a}\} \rhd \dot{\neg} \underline{y} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{b} \gg \underline{y} \in \{\text{ph} \in \underline{x} \mid \underline{a}\} \rceil, p_0, c)$]

[Formula2Sep $\overset{\text{stmt}}{\rightarrow}$ $\text{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \forall \underline{p}\colon \forall \underline{x}\colon \forall \underline{y}\colon \underline{p}^{\text{Ph}} \wedge \langle \lceil \underline{b} \rceil \equiv^0 \lceil \underline{a} \rceil | \lceil \underline{p} \rceil := \lceil \underline{y} \rceil \rangle_{\text{Ph}} \Vdash \underline{y} \in \underline{x} \vdash \underline{b} \vdash \underline{y} \in \{\text{ph} \in \underline{x} \mid \underline{a}\}$]

[Formula2Sep $\overset{\text{tex}}{\rightarrow}$ "Formula2Sep"]

[Formula2Sep $\overset{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma formula2separation"]

Sep2Formula

[Sep2Formula $\overset{\text{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \forall \underline{p}\colon \forall \underline{x}\colon \forall \underline{y}\colon \underline{p}^{\text{Ph}} \wedge \langle \lceil \underline{b} \rceil \equiv^0 \lceil \underline{a} \rceil | \lceil \underline{p} \rceil := \lceil \underline{y} \rceil \rangle_{\text{Ph}} \Vdash \underline{y} \in \{\text{ph} \in \underline{x} \mid \underline{a}\} \vdash \text{SeparationDef} \unrhd \underline{p}^{\text{Ph}} \wedge \langle \lceil \underline{b} \rceil \equiv^0 \lceil \underline{a} \rceil | \lceil \underline{p} \rceil := \lceil \underline{y} \rceil \rangle_{\text{Ph}} \gg \dot{\neg} \underline{y} \in \{\text{ph} \in \underline{x} \mid \underline{a}\} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{y} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg} \underline{y} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{b} \Rightarrow \underline{y} \in \{\text{ph} \in \underline{x} \mid \underline{a}\}; \text{FirstConjunct} \rhd \dot{\neg} \underline{y} \in \{\text{ph} \in \underline{x} \mid \underline{a}\} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{y} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg} \underline{y} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{b} \Rightarrow \underline{y} \in \{\text{ph} \in \underline{x} \mid \underline{a}\} \gg \underline{y} \in \{\text{ph} \in \underline{x} \mid \underline{a}\} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{y} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{b}; \text{MP} \rhd \underline{y} \in \{\text{ph} \in \underline{x} \mid \underline{a}\} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{y} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{b} \rhd \underline{y} \in \{\text{ph} \in \underline{x} \mid \underline{a}\} \gg \dot{\neg} \underline{y} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{b} \rceil, p_0, c)$]

[Sep2Formula $\overset{\text{stmt}}{\rightarrow}$ $\text{ZFsub} \vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \forall \underline{p}\colon \forall \underline{x}\colon \forall \underline{y}\colon \underline{p}^{\text{Ph}} \wedge \langle \lceil \underline{b} \rceil \equiv^0 \lceil \underline{a} \rceil | \lceil \underline{p} \rceil := \lceil \underline{y} \rceil \rangle_{\text{Ph}} \Vdash \underline{y} \in \{\text{ph} \in \underline{x} \mid \underline{a}\} \vdash \dot{\neg} \underline{y} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{b}$]

[Sep2Formula $\overset{\text{tex}}{\rightarrow}$ "Sep2Formula"]

[Sep2Formula $\overset{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma separation2formula"]

SubsetInPower

[SubsetInPower $\overset{\text{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{s}\colon \forall \underline{x}\colon \bar{s} \in \underline{s} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x} \vdash \text{Gen} \rhd \bar{s} \in \underline{s} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x} \gg \forall_{\text{obj}} \bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{s} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x}; \text{PowerDef} \gg \dot{\neg} \underline{s} \in \text{P}(\underline{x}) \Rightarrow \forall_{\text{obj}} \bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{s} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\text{obj}} \bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{s} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \underline{s} \in \text{P}(\underline{x}); \text{IffFirst} \rhd \dot{\neg} \underline{s} \in \text{P}(\underline{x}) \Rightarrow \forall_{\text{obj}} \bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{s} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\text{obj}} \bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{s} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \underline{s} \in \text{P}(\underline{x}) \rhd \forall_{\text{obj}} \bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{s} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x} \gg \underline{s} \in \text{P}(\underline{x}) \rceil, p_0, c)$]

[SubsetInPower $\overset{\text{stmt}}{\rightarrow}$ $\text{ZFsub} \vdash \forall \underline{s}\colon \forall \underline{x}\colon \bar{s} \in \underline{s} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x} \vdash \underline{s} \in \text{P}(\underline{x})$]

[SubsetInPower $\overset{\text{tex}}{\rightarrow}$ "SubsetInPower"]

[SubsetInPower $\overset{\mathrm{pyk}}{\to}$ "lemma subset in power set"]

HelperPowerIsSub

[HelperPowerIsSub $\overset{\mathrm{proof}}{\to}$ $\lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \vdash \mathrm{Repetition} \rhd \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \gg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}}; \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \mathrm{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \vdash \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \gg \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})$]

[HelperPowerIsSub $\overset{\mathrm{stmt}}{\to}$ $\mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}}$]

[HelperPowerIsSub $\overset{\mathrm{tex}}{\to}$ "HelperPowerIsSub"]

[HelperPowerIsSub $\overset{\mathrm{pyk}}{\to}$ "lemma power set is subset0"]

PowerIsSub

[PowerIsSub $\overset{\mathrm{proof}}{\to}$ $\lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{s}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{s}} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{x}}) \vdash \mathrm{PowerDef} \gg \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{x}}) \Rightarrow \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{s}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{s}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{x}}); \mathrm{IffSecond} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{x}}) \Rightarrow \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{s}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{s}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{x}}) \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{x}}) \gg \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{s}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}}; \mathrm{HelperPowerIsSub} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{s}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \gg \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{s}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{s}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}}; \mathrm{MP} \rhd \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{s}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{s}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \rhd \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{s}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \gg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{s}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}}; \mathrm{Repetition} \rhd \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{s}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \gg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{s}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})$]

[PowerIsSub $\overset{\mathrm{stmt}}{\to}$ $\mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{s}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{s}} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{x}}) \vdash \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{s}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}}$]

[PowerIsSub $\overset{\mathrm{tex}}{\to}$ "PowerIsSub"]

[PowerIsSub $\overset{\mathrm{pyk}}{\to}$ "lemma power set is subset"]

(Switch)HelperPowerIsSub

[(Switch)HelperPowerIsSub $\overset{\mathrm{proof}}{\to}$ $\lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \mathrm{HelperPowerIsSub} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \gg \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})$]

[(Switch)HelperPowerIsSub $\overset{\mathrm{stmt}}{\to}$ $\mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}}$]

[(Switch)HelperPowerIsSub $\overset{\mathrm{tex}}{\to}$ "(Switch)HelperPowerIsSub"]

[(Switch)HelperPowerIsSub $\overset{\mathrm{pyk}}{\to}$ "lemma power set is subset0-switch"]

(Switch)PowerIsSub

$[\text{(Switch)PowerIsSub} \stackrel{\text{proof}}{\to} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}}\rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{s}}\rceil \Vdash \underline{\mathsf{s}} \in \text{P}(\underline{\mathsf{x}}) \vdash \text{PowerIsSub} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{s}}\rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}}\rceil \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \text{P}(\underline{\mathsf{x}}) \gg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{s}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}}\rceil, \text{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\text{(Switch)PowerIsSub} \stackrel{\text{stmt}}{\to} \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}}\rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{s}}\rceil \Vdash \underline{\mathsf{s}} \in \text{P}(\underline{\mathsf{x}}) \vdash \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{s}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}}]$

$[\text{(Switch)PowerIsSub} \stackrel{\text{tex}}{\to}$ "(Switch)PowerIsSub"$]$

$[\text{(Switch)PowerIsSub} \stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "lemma power set is subset-switch"$]$

ToSetEquality

$[\text{ToSetEquality} \stackrel{\text{proof}}{\to} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \vdash \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \vdash \text{JoinConjuncts} \rhd \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \rhd \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \gg \dot\neg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot\neg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}}; \text{Gen} \rhd \dot\neg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot\neg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \gg \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \dot\neg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot\neg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}}; \text{Extensionality} \gg \dot\neg \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \dot\neg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot\neg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot\neg \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \dot\neg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot\neg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}}; \text{SecondConjunct} \rhd \dot\neg \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \dot\neg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot\neg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot\neg \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \dot\neg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot\neg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \gg \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \dot\neg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot\neg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}}; \text{MP} \rhd \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \dot\neg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot\neg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \rhd \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \dot\neg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot\neg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \gg \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}}\rceil, \text{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\text{ToSetEquality} \stackrel{\text{stmt}}{\to} \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \vdash \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}}]$

$[\text{ToSetEquality} \stackrel{\text{tex}}{\to}$ "ToSetEquality"$]$

$[\text{ToSetEquality} \stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "lemma set equality suff condition"$]$

HelperToSetEquality(t)

$[\text{HelperToSetEquality(t)} \stackrel{\text{proof}}{\to} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{y}} \vdash \text{Repetition} \rhd \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{y}} \gg \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{y}}; \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \text{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{y}} \vdash \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{y}} \gg \lceil \bar{\mathsf{t}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}}\rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}}\rceil \Vdash \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}}\rceil, \text{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\text{HelperToSetEquality(t)} \stackrel{\text{stmt}}{\to} \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \lceil \bar{\mathsf{t}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}}\rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}}\rceil \Vdash \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}}]$

$[\text{HelperToSetEquality(t)} \stackrel{\text{tex}}{\to}$ "HelperToSetEquality(t)"$]$

$[\text{HelperToSetEquality(t)} \stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "lemma set equality suff condition(t)0"$]$

ToSetEquality(t)

[ToSetEquality(t) $\stackrel{\text{proof}}{\to}$ $\lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{y}} \vdash \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{x}} \vdash \text{Gen} \rhd \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{y}} \gg \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{y}}; \text{HelperToSetEquality(t)} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \gg \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}}; \text{MP} \rhd \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \rhd \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{y}} \gg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}}; \text{Gen} \rhd \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{x}} \gg \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{x}}; \text{HelperToSetEquality(t)} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \gg \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}}; \text{MP} \rhd \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \rhd \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{x}} \gg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}}; \text{ToSetEquality} \rhd \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \rhd \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \gg \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \rceil, \text{p}_0, \mathsf{c})$]

[ToSetEquality(t) $\stackrel{\text{stmt}}{\to}$ $\text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{y}} \vdash \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{x}} \vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}}$]

[ToSetEquality(t) $\stackrel{\text{tex}}{\to}$ "ToSetEquality(t)"]

[ToSetEquality(t) $\stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "lemma set equality suff condition(t)"]

HelperFromSetEquality

[HelperFromSetEquality $\stackrel{\text{proof}}{\to}$ $\lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \vdash \text{Repetition} \rhd \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \gg \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}}; \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \text{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \vdash \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \gg \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \rceil, \text{p}_0, \mathsf{c})$]

[HelperFromSetEquality $\stackrel{\text{stmt}}{\to}$ $\text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}}$]

[HelperFromSetEquality $\stackrel{\text{tex}}{\to}$ "HelperFromSetEquality"]

[HelperFromSetEquality $\stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "lemma set equality skip quantifier"]

FromSetEquality

[FromSetEquality $\stackrel{\text{proof}}{\to}$ $\lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \vdash \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \vdash \text{Extensionality} \gg \dot{\neg} \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}}; \text{IffSecond} \rhd \dot{\neg} \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \rhd \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \gg \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}}; \text{HelperFromSetEquality} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \gg \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}}; \text{MP} \rhd \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \rhd \forall_{\text{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \dot{\neg} \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in$

$\underline{y} \Rightarrow \dot{\neg}\bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x} \gg \dot{\neg}\underline{s} \in \underline{x} \Rightarrow \underline{s} \in \underline{y} \Rightarrow \dot{\neg}\underline{s} \in \underline{y} \Rightarrow \underline{s} \in \underline{x}; \mathrm{IffSecond} \rhd \dot{\neg}\underline{s} \in \underline{x} \Rightarrow \underline{s} \in \underline{y} \Rightarrow \dot{\neg}\underline{s} \in \underline{y} \Rightarrow \underline{s} \in \underline{x} \rhd \underline{s} \in \underline{x} \gg \underline{s} \in \underline{y}\rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{FromSetEquality} \overset{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{s}\colon \forall \underline{x}\colon \forall \underline{y}\colon \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{x} \rceil \Vdash \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{y} \rceil \Vdash \underline{x} = \underline{y} \vdash \underline{s} \in \underline{x} \vdash \underline{s} \in \underline{y}]$

$[\mathrm{FromSetEquality} \overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "FromSetEquality"$]$

$[\mathrm{FromSetEquality} \overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma set equality nec condition"$]$

HelperReflexivity

$[\mathrm{HelperReflexivity} \overset{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{r}\colon \forall \underline{bs}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \vdash \mathrm{Repetition} \rhd \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \gg \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r}; \forall \underline{r}\colon \forall \underline{s}\colon \forall \underline{bs}\colon \mathrm{Ded} \rhd \forall \underline{r}\colon \forall \underline{bs}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \vdash \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \gg \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \Vdash \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \Vdash \forall_{\mathrm{obj}} \bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \underline{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\underline{s}, \underline{s}\}, \{\underline{s}, \underline{s}\}\} \in \underline{r}\rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{HelperReflexivity} \overset{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{r}\colon \forall \underline{s}\colon \forall \underline{bs}\colon \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \Vdash \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \Vdash \forall_{\mathrm{obj}} \bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \underline{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\underline{s}, \underline{s}\}, \{\underline{s}, \underline{s}\}\} \in \underline{r}]$

$[\mathrm{HelperReflexivity} \overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "HelperReflexivity"$]$

$[\mathrm{HelperReflexivity} \overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma reflexivity0"$]$

Reflexivity

$[\mathrm{Reflexivity} \overset{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{r}\colon \forall \underline{s}\colon \forall \underline{bs}\colon \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \Vdash \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \Vdash \forall_{\mathrm{obj}} \bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \vdash \underline{s} \in \underline{bs} \vdash \mathrm{HelperReflexivity} \unrhd \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \unrhd \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \gg \forall_{\mathrm{obj}} \bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \underline{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\underline{s}, \underline{s}\}, \{\underline{s}, \underline{s}\}\} \in \underline{r}; \mathrm{MP2} \rhd \forall_{\mathrm{obj}} \bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \underline{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\underline{s}, \underline{s}\}, \{\underline{s}, \underline{s}\}\} \in \underline{r} \rhd \forall_{\mathrm{obj}} \bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \rhd \underline{s} \in \underline{bs} \gg \{\{\underline{s}, \underline{s}\}, \{\underline{s}, \underline{s}\}\} \in \underline{r}\rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{Reflexivity} \overset{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{r}\colon \forall \underline{s}\colon \forall \underline{bs}\colon \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \Vdash \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \Vdash \forall_{\mathrm{obj}} \bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \vdash \underline{s} \in \underline{bs} \vdash \{\{\underline{s}, \underline{s}\}, \{\underline{s}, \underline{s}\}\} \in \underline{r}]$

$[\mathrm{Reflexivity} \overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "Reflexivity"$]$

$[\mathrm{Reflexivity} \overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma reflexivity"$]$

HelperSymmetry

$[\mathrm{HelperSymmetry} \overset{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{r}\colon \forall \underline{bs}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \vdash \mathrm{Repetition} \rhd \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow$

$\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \gg \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r}; \forall \underline{r}\colon \forall \underline{s}\colon \forall \underline{t}\colon \forall \underline{bs}\colon \text{Ded} \rhd \forall \underline{r}\colon \forall \underline{bs}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \vdash \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \gg \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \Vdash \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \Vdash \lceil \bar{t} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \Vdash \lceil \bar{t} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \Vdash \forall_{\text{obj}} \bar{s}\colon \forall_{\text{obj}} \bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \underline{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \underline{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\underline{s},\underline{s}\},\{\underline{s},\underline{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\underline{t},\underline{t}\},\{\underline{t},\underline{s}\}\} \in \underline{r} \rceil, p_0, c)]$

$[\text{HelperSymmetry} \overset{\text{stmt}}{\rightarrow} \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{r}\colon \forall \underline{s}\colon \forall \underline{t}\colon \forall \underline{bs}\colon \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \Vdash \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \Vdash \lceil \bar{t} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \Vdash \lceil \bar{t} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \Vdash \forall_{\text{obj}} \bar{s}\colon \forall_{\text{obj}} \bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \underline{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \underline{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\underline{s},\underline{s}\},\{\underline{s},\underline{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\underline{t},\underline{t}\},\{\underline{t},\underline{s}\}\} \in \underline{r}]$

$[\text{HelperSymmetry} \overset{\text{tex}}{\rightarrow}$ "HelperSymmetry"$]$

$[\text{HelperSymmetry} \overset{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma symmetry0"$]$

Symmetry

$[\text{Symmetry} \overset{\text{proof}}{\rightarrow} \lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{r}\colon \forall \underline{s}\colon \forall \underline{t}\colon \forall \underline{bs}\colon \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \Vdash \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \Vdash \lceil \bar{t} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \Vdash \lceil \bar{t} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \Vdash \forall_{\text{obj}} \bar{s}\colon \forall_{\text{obj}} \bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \vdash \underline{s} \in \underline{bs} \vdash \underline{t} \in \underline{bs} \vdash \{\{\underline{s},\underline{s}\},\{\underline{s},\underline{t}\}\} \in \underline{r} \vdash \text{HelperSymmetry} \unrhd \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \unrhd \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \unrhd \lceil \bar{t} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \unrhd \lceil \bar{t} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \gg \forall_{\text{obj}} \bar{s}\colon \forall_{\text{obj}} \bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \underline{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \underline{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\underline{s},\underline{s}\},\{\underline{s},\underline{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\underline{t},\underline{t}\},\{\underline{t},\underline{s}\}\} \in \underline{r}; \text{MP4} \rhd \forall_{\text{obj}} \bar{s}\colon \forall_{\text{obj}} \bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \underline{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \underline{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\underline{s},\underline{s}\},\{\underline{s},\underline{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\underline{t},\underline{t}\},\{\underline{t},\underline{s}\}\} \in \underline{r} \rhd \forall_{\text{obj}} \bar{s}\colon \forall_{\text{obj}} \bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \rhd \underline{s} \in \underline{bs} \rhd \underline{t} \in \underline{bs} \rhd \{\{\underline{s},\underline{s}\},\{\underline{s},\underline{t}\}\} \in \underline{r} \gg \{\{\underline{t},\underline{t}\},\{\underline{t},\underline{s}\}\} \in \underline{r} \rceil, p_0, c)]$

$[\text{Symmetry} \overset{\text{stmt}}{\rightarrow} \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{r}\colon \forall \underline{s}\colon \forall \underline{t}\colon \forall \underline{bs}\colon \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \Vdash \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \Vdash \lceil \bar{t} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \Vdash \lceil \bar{t} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \Vdash \forall_{\text{obj}} \bar{s}\colon \forall_{\text{obj}} \bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \vdash \underline{s} \in \underline{bs} \vdash \underline{t} \in \underline{bs} \vdash \{\{\underline{s},\underline{s}\},\{\underline{s},\underline{t}\}\} \in \underline{r} \vdash \{\{\underline{t},\underline{t}\},\{\underline{t},\underline{s}\}\} \in \underline{r}]$

$[\text{Symmetry} \overset{\text{tex}}{\rightarrow}$ "Symmetry"$]$

$[\text{Symmetry} \overset{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma symmetry"$]$

HelperTransitivity

$[\text{HelperTransitivity} \overset{\text{proof}}{\rightarrow} \lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{r}\colon \forall \underline{bs}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \vdash \text{Repetition} \rhd \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \gg \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\} \in \underline{r}; \forall \underline{r}\colon \forall \underline{s}\colon \forall \underline{t}\colon \forall \underline{u}\colon \forall \underline{bs}\colon \text{Ded} \rhd \forall \underline{r}\colon \forall \underline{bs}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \vdash \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow$

$\{\{\bar t,\bar t\},\{\bar t,\bar u\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\bar s,\bar s\},\{\bar s,\bar u\}\}\in\underline r \gg \lceil\bar s\rceil\#^0\lceil\underline r\rceil \Vdash \lceil\bar s\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \lceil\bar t\rceil\#^0\lceil\underline r\rceil \Vdash \lceil\bar t\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \lceil\bar u\rceil\#^0\lceil\underline r\rceil \Vdash \lceil\bar u\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \forall_{\mathrm{obj}}\bar s\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar t\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar u\colon \bar s\in\underline{bs}\Rightarrow\bar t\in\underline{bs}\Rightarrow\bar u\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar s,\bar s\},\{\bar s,\bar t\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\bar t,\bar t\},\{\bar t,\bar u\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\bar s,\bar s\},\{\bar s,\bar u\}\}\in\underline r\Rightarrow\underline s\in\underline{bs}\Rightarrow\underline t\in\underline{bs}\Rightarrow\underline u\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\underline s,\underline s\},\{\underline s,\underline t\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\underline t,\underline t\},\{\underline t,\underline u\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\underline s,\underline s\},\{\underline s,\underline u\}\}\in\underline r\rceil, \mathrm{p}_0, c)]$

[HelperTransitivity $\overset{\mathrm{stmt}}{\rightarrow}$ ZFsub $\vdash \forall\underline r\colon\forall\underline s\colon\forall\underline t\colon\forall\underline u\colon\forall\underline{bs}\colon \lceil\bar s\rceil\#^0\lceil\underline r\rceil \Vdash \lceil\bar s\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \lceil\bar t\rceil\#^0\lceil\underline r\rceil \Vdash \lceil\bar t\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \lceil\bar u\rceil\#^0\lceil\underline r\rceil \Vdash \lceil\bar u\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \forall_{\mathrm{obj}}\bar s\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar t\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar u\colon \bar s\in\underline{bs}\Rightarrow\bar t\in\underline{bs}\Rightarrow\bar u\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar s,\bar s\},\{\bar s,\bar t\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\bar t,\bar t\},\{\bar t,\bar u\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\bar s,\bar s\},\{\bar s,\bar u\}\}\in\underline r\Rightarrow\underline s\in\underline{bs}\Rightarrow\underline t\in\underline{bs}\Rightarrow\underline u\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\underline s,\underline s\},\{\underline s,\underline t\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\underline t,\underline t\},\{\underline t,\underline u\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\underline s,\underline s\},\{\underline s,\underline u\}\}\in\underline r$]

[HelperTransitivity $\overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "HelperTransitivity"]

[HelperTransitivity $\overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma transitivity0"]

Transitivity

[Transitivity $\overset{\mathrm{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall\underline r\colon\forall\underline s\colon\forall\underline t\colon\forall\underline u\colon\forall\underline{bs}\colon \lceil\bar s\rceil\#^0\lceil\underline r\rceil \Vdash \lceil\bar s\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \lceil\bar t\rceil\#^0\lceil\underline r\rceil \Vdash \lceil\bar t\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \lceil\bar u\rceil\#^0\lceil\underline r\rceil \Vdash \lceil\bar u\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \forall_{\mathrm{obj}}\bar s\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar t\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar u\colon \bar s\in\underline{bs}\Rightarrow\bar t\in\underline{bs}\Rightarrow\bar u\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar s,\bar s\},\{\bar s,\bar t\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\bar t,\bar t\},\{\bar t,\bar u\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\bar s,\bar s\},\{\bar s,\bar u\}\}\in\underline r \vdash \underline s\in\underline{bs}\vdash\underline t\in\underline{bs}\vdash\underline u\in\underline{bs}\vdash\{\{\underline s,\underline s\},\{\underline s,\underline t\}\}\in\underline r\vdash\{\{\underline t,\underline t\},\{\underline t,\underline u\}\}\in\underline r\vdash \mathrm{HelperTransitivity} \unrhd \lceil\bar s\rceil\#^0\lceil\underline r\rceil \unrhd \lceil\bar s\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \unrhd \lceil\bar t\rceil\#^0\lceil\underline r\rceil \unrhd \lceil\bar t\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \unrhd \lceil\bar u\rceil\#^0\lceil\underline r\rceil \unrhd \lceil\bar u\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \gg \forall_{\mathrm{obj}}\bar s\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar t\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar u\colon \bar s\in\underline{bs}\Rightarrow\bar t\in\underline{bs}\Rightarrow\bar u\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar s,\bar s\},\{\bar s,\bar t\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\bar t,\bar t\},\{\bar t,\bar u\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\bar s,\bar s\},\{\bar s,\bar u\}\}\in\underline r\Rightarrow\underline s\in\underline{bs}\Rightarrow\underline t\in\underline{bs}\Rightarrow\underline u\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\underline s,\underline s\},\{\underline s,\underline t\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\underline t,\underline t\},\{\underline t,\underline u\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\underline s,\underline s\},\{\underline s,\underline u\}\}\in\underline r; \mathrm{MP5} \rhd \forall_{\mathrm{obj}}\bar s\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar t\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar u\colon \bar s\in\underline{bs}\Rightarrow\bar t\in\underline{bs}\Rightarrow\bar u\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar s,\bar s\},\{\bar s,\bar t\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\bar t,\bar t\},\{\bar t,\bar u\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\bar s,\bar s\},\{\bar s,\bar u\}\}\in\underline r\Rightarrow\underline s\in\underline{bs}\Rightarrow\underline t\in\underline{bs}\Rightarrow\underline u\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\underline s,\underline s\},\{\underline s,\underline t\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\underline t,\underline t\},\{\underline t,\underline u\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\underline s,\underline s\},\{\underline s,\underline u\}\}\in\underline r \rhd \forall_{\mathrm{obj}}\bar s\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar t\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar u\colon \bar s\in\underline{bs}\Rightarrow\bar t\in\underline{bs}\Rightarrow\bar u\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar s,\bar s\},\{\bar s,\bar t\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\bar t,\bar t\},\{\bar t,\bar u\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\bar s,\bar s\},\{\bar s,\bar u\}\}\in\underline r \rhd \underline s\in\underline{bs} \rhd \underline t\in\underline{bs} \rhd \underline u\in\underline{bs} \rhd \{\{\underline s,\underline s\},\{\underline s,\underline t\}\}\in\underline r \gg \{\{\underline t,\underline t\},\{\underline t,\underline u\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\underline s,\underline s\},\{\underline s,\underline u\}\}\in\underline r; \mathrm{MP} \rhd \{\{\underline t,\underline t\},\{\underline t,\underline u\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\underline s,\underline s\},\{\underline s,\underline u\}\}\in\underline r \rhd \{\{\underline t,\underline t\},\{\underline t,\underline u\}\}\in\underline r \gg \{\{\underline s,\underline s\},\{\underline s,\underline u\}\}\in\underline r\rceil, \mathrm{p}_0, c)$]

[Transitivity $\overset{\mathrm{stmt}}{\rightarrow}$ ZFsub $\vdash \forall\underline r\colon\forall\underline s\colon\forall\underline t\colon\forall\underline u\colon\forall\underline{bs}\colon \lceil\bar s\rceil\#^0\lceil\underline r\rceil \Vdash \lceil\bar s\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \lceil\bar t\rceil\#^0\lceil\underline r\rceil \Vdash \lceil\bar t\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \lceil\bar u\rceil\#^0\lceil\underline r\rceil \Vdash \lceil\bar u\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \forall_{\mathrm{obj}}\bar s\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar t\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar u\colon \bar s\in\underline{bs}\Rightarrow\bar t\in\underline{bs}\Rightarrow\bar u\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar s,\bar s\},\{\bar s,\bar t\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\bar t,\bar t\},\{\bar t,\bar u\}\}\in\underline r\Rightarrow\{\{\bar s,\bar s\},\{\bar s,\bar u\}\}\in\underline r \vdash \underline s\in\underline{bs}\vdash\underline t\in\underline{bs}\vdash\underline u\in\underline{bs}\vdash\{\{\underline s,\underline s\},\{\underline s,\underline t\}\}\in\underline r\vdash\{\{\underline t,\underline t\},\{\underline t,\underline u\}\}\in\underline r\vdash\{\{\underline s,\underline s\},\{\underline s,\underline u\}\}\in\underline r$]

[Transitivity $\overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "Transitivity"]

[Transitivity $\overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma transitivity"]

ERisReflexive

[ERisReflexive $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \mathrm{Repetition} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}; \mathrm{FirstConjunct} \rhd$
$\dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg$
$\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}; \mathrm{FirstConjunct} \rhd \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\rceil, p_0, \mathsf{c})$]

[ERisReflexive $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow}$ $\mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}$]

[ERisReflexive $\stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "ERisReflexive"]

[ERisReflexive $\stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma er is reflexive"]

ERisSymmetric

[ERisSymmetric $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \mathrm{Repetition} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}; \mathrm{FirstConjunct} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in$

$\underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}; \mathrm{SecondConjunct} \rhd \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{ERisSymmetric} \overset{\mathrm{stmt}}{\to} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall\underline{\mathsf{r}}\colon \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}]$

$[\mathrm{ERisSymmetric} \overset{\mathrm{tex}}{\to}$ "ERisSymmetric"$]$

$[\mathrm{ERisSymmetric} \overset{\mathrm{pyk}}{\to}$ "lemma er is symmetric"$]$

ERisTransitive

$[\mathrm{ERisTransitive} \overset{\mathrm{proof}}{\to} \lambda\mathsf{c}.\lambda\mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil\mathrm{ZFsub} \vdash \forall\underline{\mathsf{r}}\colon \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \mathrm{Repetition} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}; \mathrm{SecondConjunct} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{ERisTransitive} \overset{\mathrm{stmt}}{\to} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall\underline{\mathsf{r}}\colon \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}]$

$[\mathrm{ERisTransitive} \overset{\mathrm{tex}}{\to}$ "ERisTransitive"$]$

$[\mathrm{ERisTransitive} \overset{\mathrm{pyk}}{\to}$ "lemma er is transitive"$]$

ØisSubset

[ØisSubset $\overset{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset \vdash \emptyset\mathrm{def} \gg \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset; \mathrm{FromContradiction} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset \gg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}}; \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \mathrm{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset \vdash \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}}\rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})$]

[ØisSubset $\overset{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}}$]

[ØisSubset $\overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "\O{}isSubset"]

[ØisSubset $\overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma empty set is subset"]

HelperMemberNotØ

[HelperMemberNotØ $\overset{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \vdash \underline{\mathsf{x}} = \emptyset \vdash \mathrm{FromSetEquality} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \rhd \underline{\mathsf{x}} = \emptyset \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset; \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \mathrm{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \vdash \underline{\mathsf{x}} = \emptyset \vdash \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset \gg \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{x}} = \emptyset \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset\rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})$]

[HelperMemberNotØ $\overset{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{x}} = \emptyset \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset$]

[HelperMemberNotØ $\overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "HelperMemberNot\O{}"]

[HelperMemberNotØ $\overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma member not empty0"]

MemberNotØ

[MemberNotØ $\overset{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \vdash \mathrm{HelperMemberNot}\emptyset \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \gg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{x}} = \emptyset \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset; \mathrm{MP} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{x}} = \emptyset \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \gg \underline{\mathsf{x}} = \emptyset \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset; \emptyset\mathrm{def} \gg \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset; \mathrm{MT} \rhd \underline{\mathsf{x}} = \emptyset \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset \gg \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{x}} = \emptyset\rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})$]

[MemberNotØ $\overset{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \vdash \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{x}} = \emptyset$]

[MemberNotØ $\overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "MemberNot\O{}"]

[MemberNotØ $\overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma member not empty"]

HelperUniqueØ

[HelperUniqueØ $\overset{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \vdash \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \vdash \mathrm{FromContradiction} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset; \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \mathrm{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \vdash \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \vdash \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset \gg \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset; \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \vdash \mathrm{MP} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \emptyset\rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})$]

[HelperUnique∅ $\overset{\text{stmt}}{\rightarrow}$ ZFsub $\vdash \forall \underline{s}\colon \forall \underline{x}\colon \dot{\neg}\, \underline{s} \in \underline{x} \vdash \underline{s} \in \underline{x} \Rightarrow \underline{s} \in \emptyset$]

[HelperUnique∅ $\overset{\text{tex}}{\rightarrow}$ "HelperUnique\O{}"]

[HelperUnique∅ $\overset{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma unique empty set0"]

Unique∅

[Unique∅ $\overset{\text{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{x}\colon \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{x} \vdash \text{HelperUnique}\emptyset \rhd \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{x} \gg \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \emptyset; \emptyset\text{isSubset} \gg \bar{s} \in \emptyset \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x}; \text{ToSetEquality} \rhd \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \emptyset \rhd \bar{s} \in \emptyset \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x} \gg \underline{x} = \emptyset \rceil, p_0, c)$]

[Unique∅ $\overset{\text{stmt}}{\rightarrow}$ ZFsub $\vdash \forall \underline{x}\colon \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{x} \vdash \underline{x} = \emptyset$]

[Unique∅ $\overset{\text{tex}}{\rightarrow}$ "Unique\O{}"]

[Unique∅ $\overset{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma unique empty set"]

=Reflexivity

[=Reflexivity $\overset{\text{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{s}\colon \text{AutoImply} \gg \bar{s} \in \underline{s} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{s}; \text{ToSetEquality} \rhd \bar{s} \in \underline{s} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{s} \rhd \bar{s} \in \underline{s} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{s} \gg \underline{s} = \underline{s} \rceil, p_0, c)$]

[=Reflexivity $\overset{\text{stmt}}{\rightarrow}$ ZFsub $\vdash \forall \underline{s}\colon \underline{s} = \underline{s}$]

[=Reflexivity $\overset{\text{tex}}{\rightarrow}$ "=\!{}Reflexivity"]

[=Reflexivity $\overset{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma =reflexivity"]

=Symmetry

[=Symmetry $\overset{\text{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{x}\colon \forall \underline{y}\colon \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{x} \rceil \Vdash \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{y} \rceil \Vdash \underline{x} = \underline{y} \vdash \text{Extensionality} \gg \dot{\neg}\, \underline{x} = \underline{y} \Rightarrow \forall_{\text{obj}} \bar{s}\colon \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\text{obj}} \bar{s}\colon \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \underline{x} = \underline{y}; \text{IffSecond} \rhd \dot{\neg}\, \underline{x} = \underline{y} \Rightarrow \forall_{\text{obj}} \bar{s}\colon \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\text{obj}} \bar{s}\colon \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \underline{x} = \underline{y} \rhd \underline{x} = \underline{y} \gg \forall_{\text{obj}} \bar{s}\colon \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x}; \text{HelperFromSetEquality} \RHD \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{x} \rceil \RHD \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{y} \rceil \gg \forall_{\text{obj}} \bar{s}\colon \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x}; \text{MP} \rhd \forall_{\text{obj}} \bar{s}\colon \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x} \rhd \forall_{\text{obj}} \bar{s}\colon \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x} \gg \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x}; \text{FirstConjunct} \rhd \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x} \gg \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{y}; \text{SecondConjunct} \rhd \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \dot{\neg}\, \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x} \gg \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x}; \text{ToSetEquality} \rhd \bar{s} \in \underline{y} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{x} \rhd \bar{s} \in \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{y} \gg \underline{y} = \underline{x} \rceil, p_0, c)$]

$[{=}\mathrm{Symmetry} \overset{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} {=} \underline{\mathsf{y}} \vdash \underline{\mathsf{y}} {=} \underline{\mathsf{x}}]$

$[{=}\mathrm{Symmetry} \overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "=\!{}Symmetry"$]$

$[{=}\mathrm{Symmetry} \overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma =symmetry"$]$

Helper = Transitivity

$[\mathrm{Helper}{=}\mathrm{Transitivity} \overset{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{z}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{z}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} {=} \underline{\mathsf{y}} \vdash \underline{\mathsf{y}} {=} \underline{\mathsf{z}} \vdash \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \vdash \mathrm{FromSetEquality} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \rhd \underline{\mathsf{x}} {=} \underline{\mathsf{y}} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}}; \mathrm{FromSetEquality} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{z}} \rceil \rhd \underline{\mathsf{y}} {=} \underline{\mathsf{z}} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{z}}; \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{z}}\colon \mathrm{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{z}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{z}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} {=} \underline{\mathsf{y}} \vdash \underline{\mathsf{y}} {=} \underline{\mathsf{z}} \vdash \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \vdash \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{z}} \gg \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{z}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} {=} \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{y}} {=} \underline{\mathsf{z}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{z}} \rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{Helper}{=}\mathrm{Transitivity} \overset{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{z}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{z}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} {=} \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{y}} {=} \underline{\mathsf{z}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{z}}]$

$[\mathrm{Helper}{=}\mathrm{Transitivity} \overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "Helper\!{}=\!{}Transitivity"$]$

$[\mathrm{Helper}{=}\mathrm{Transitivity} \overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma =transitivity0"$]$

= Transitivity

$[{=}\mathrm{Transitivity} \overset{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{z}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{z}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} {=} \underline{\mathsf{y}} \vdash \underline{\mathsf{y}} {=} \underline{\mathsf{z}} \vdash \mathrm{Helper}{=}\mathrm{Transitivity} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{z}} \rceil \gg \underline{\mathsf{x}} {=} \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{y}} {=} \underline{\mathsf{z}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{z}}; \mathrm{MP2} \rhd \underline{\mathsf{x}} {=} \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{y}} {=} \underline{\mathsf{z}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{z}} \rhd \underline{\mathsf{x}} {=} \underline{\mathsf{y}} \rhd \underline{\mathsf{y}} {=} \underline{\mathsf{z}} \gg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{z}}; {=}\mathrm{Symmetry} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \rhd \underline{\mathsf{x}} {=} \underline{\mathsf{y}} \gg \underline{\mathsf{y}} {=} \underline{\mathsf{x}}; {=}\mathrm{Symmetry} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{z}} \rceil \rhd \underline{\mathsf{y}} {=} \underline{\mathsf{z}} \gg \underline{\mathsf{z}} {=} \underline{\mathsf{y}}; \mathrm{Helper}{=}\mathrm{Transitivity} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{z}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \gg \underline{\mathsf{z}} {=} \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{y}} {=} \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{z}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}}; \mathrm{MP2} \rhd \underline{\mathsf{z}} {=} \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{y}} {=} \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{z}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \rhd \underline{\mathsf{z}} {=} \underline{\mathsf{y}} \rhd \underline{\mathsf{y}} {=} \underline{\mathsf{x}} \gg \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{z}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}}; \mathrm{ToSetEquality} \rhd \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{z}} \rhd \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{z}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \gg \underline{\mathsf{x}} {=} \underline{\mathsf{z}} \rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[{=}\mathrm{Transitivity} \overset{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{z}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{z}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} {=} \underline{\mathsf{y}} \vdash \underline{\mathsf{y}} {=} \underline{\mathsf{z}} \vdash \underline{\mathsf{x}} {=} \underline{\mathsf{z}}]$

$[{=}\mathrm{Transitivity} \overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "\!{}=\!{}Transitivity"$]$

$[{=}\mathrm{Transitivity} \overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma =transitivity"$]$

HelperTransferNotEq

[HelperTransferNotEq $\stackrel{\text{proof}}{\to} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{v}}\colon \forall \underline{\mathsf{w}}\colon \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{x}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{y}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{v}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{w}}\rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{v}} \vdash \underline{\mathsf{y}} = \underline{\mathsf{w}} \vdash \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \vdash {=}\text{Transitivity} \unrhd \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{x}}\rceil \unrhd \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{v}}\rceil \unrhd \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{w}}\rceil \rhd \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{v}} \rhd \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \gg \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{w}}; {=}\text{Symmetry} \unrhd \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{y}}\rceil \unrhd \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{w}}\rceil \rhd \underline{\mathsf{y}} = \underline{\mathsf{w}} \gg \underline{\mathsf{w}} = \underline{\mathsf{y}}; {=}\text{Transitivity} \unrhd \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{x}}\rceil \unrhd \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{w}}\rceil \unrhd \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{y}}\rceil \rhd \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{w}} \rhd \underline{\mathsf{w}} = \underline{\mathsf{y}} \gg \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}}; \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{v}}\colon \forall \underline{\mathsf{w}}\colon \text{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{v}}\colon \forall \underline{\mathsf{w}}\colon \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{x}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{y}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{v}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{w}}\rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{v}} \vdash \underline{\mathsf{y}} = \underline{\mathsf{w}} \vdash \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \gg \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{x}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{y}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{v}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{w}}\rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{v}} \Rightarrow \underline{\mathsf{y}} = \underline{\mathsf{w}} \Rightarrow \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \Rightarrow \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}}\rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})$]

[HelperTransferNotEq $\stackrel{\text{stmt}}{\to} \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{v}}\colon \forall \underline{\mathsf{w}}\colon \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{x}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{y}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{v}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{w}}\rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{v}} \Rightarrow \underline{\mathsf{y}} = \underline{\mathsf{w}} \Rightarrow \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \Rightarrow \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}}$]

[HelperTransferNotEq $\stackrel{\text{tex}}{\to}$ “HelperTransferNotEq”]

[HelperTransferNotEq $\stackrel{\text{pyk}}{\to}$ “lemma transfer ˜is0”]

TransferNotEq

[TransferNotEq $\stackrel{\text{proof}}{\to} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{v}}\colon \forall \underline{\mathsf{w}}\colon \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{x}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{y}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{v}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{w}}\rceil \Vdash \dot\neg \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{v}} \vdash \underline{\mathsf{y}} = \underline{\mathsf{w}} \vdash \text{HelperTransferNotEq} \unrhd \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{x}}\rceil \unrhd \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{y}}\rceil \unrhd \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{v}}\rceil \unrhd \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{w}}\rceil \gg \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{v}} \Rightarrow \underline{\mathsf{y}} = \underline{\mathsf{w}} \Rightarrow \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \Rightarrow \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}}; \text{MP2} \rhd \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{v}} \Rightarrow \underline{\mathsf{y}} = \underline{\mathsf{w}} \Rightarrow \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \Rightarrow \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \rhd \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{v}} \rhd \underline{\mathsf{y}} = \underline{\mathsf{w}} \gg \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \Rightarrow \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}}; \text{MT} \rhd \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \Rightarrow \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \rhd \dot\neg \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \gg \dot\neg \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}}\rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})$]

[TransferNotEq $\stackrel{\text{stmt}}{\to} \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{v}}\colon \forall \underline{\mathsf{w}}\colon \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{x}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{y}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{v}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{w}}\rceil \Vdash \dot\neg \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{v}} \vdash \underline{\mathsf{y}} = \underline{\mathsf{w}} \vdash \dot\neg \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}}$]

[TransferNotEq $\stackrel{\text{tex}}{\to}$ “TransferNotEq”]

[TransferNotEq $\stackrel{\text{pyk}}{\to}$ “lemma transfer ˜is”]

HelperPairSubset

[HelperPairSubset $\stackrel{\text{proof}}{\to} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{w}}\colon \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{s}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{x}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{y}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{w}}\rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \vdash \underline{\mathsf{s}} = \underline{\mathsf{x}} \vdash {=}\text{Transitivity} \unrhd \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{s}}\rceil \unrhd \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{x}}\rceil \unrhd \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{y}}\rceil \rhd \underline{\mathsf{s}} = \underline{\mathsf{x}} \rhd \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \gg \underline{\mathsf{s}} = \underline{\mathsf{y}}; \text{WeakenOr2} \rhd \underline{\mathsf{s}} = \underline{\mathsf{y}} \gg \dot\neg \underline{\mathsf{s}} = \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} = \underline{\mathsf{w}}; \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{w}}\colon \text{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{w}}\colon \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{s}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{x}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{y}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{w}}\rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \vdash \underline{\mathsf{s}} = \underline{\mathsf{x}} \vdash \dot\neg \underline{\mathsf{s}} = \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} = \underline{\mathsf{w}} \gg \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{s}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{x}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{y}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{w}}\rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} = \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot\neg \underline{\mathsf{s}} = \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} = \underline{\mathsf{w}}\rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})$]

[HelperPairSubset $\stackrel{\text{stmt}}{\to} \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{w}}\colon \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{s}}\rceil \Vdash \lceil\bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil\underline{\mathsf{x}}\rceil \Vdash$

$\lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{y}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{w}\rceil \Vdash \underline{x}=\underline{y} \Rightarrow \underline{s}=\underline{x} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{s}=\underline{y} \Rightarrow \underline{s}=\underline{w}]$

[HelperPairSubset $\overset{\text{tex}}{\to}$ "HelperPairSubset"]

[HelperPairSubset $\overset{\text{pyk}}{\to}$ "lemma pair subset0"]

Helper(2)PairSubset

[Helper(2)PairSubset $\overset{\text{proof}}{\to}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall\underline{s}\colon\forall\underline{y}\colon\forall\underline{v}\colon\forall\underline{w}\colon \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{s}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{y}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{v}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{w}\rceil \Vdash \underline{v}=\underline{w} \vdash \underline{s}=\underline{v} \vdash {=}\text{Transitivity} \unrhd \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{s}\rceil \unrhd \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{v}\rceil \unrhd \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{w}\rceil \rhd \underline{s}=\underline{v} \rhd \underline{v}=\underline{w} \gg \underline{s}=\underline{w}; \text{WeakenOr1} \rhd \underline{s}=\underline{w} \gg \dot{\neg}\,\underline{s}=\underline{y} \Rightarrow \underline{s}=\underline{w}; \forall\underline{s}\colon\forall\underline{y}\colon\forall\underline{v}\colon\forall\underline{w}\colon \text{Ded} \rhd \forall\underline{s}\colon\forall\underline{y}\colon\forall\underline{v}\colon\forall\underline{w}\colon \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{s}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{y}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{v}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{w}\rceil \Vdash \underline{v}=\underline{w} \vdash \underline{s}=\underline{v} \vdash \dot{\neg}\,\underline{s}=\underline{y} \Rightarrow \underline{s}=\underline{w} \gg \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{s}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{y}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{v}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{w}\rceil \Vdash \underline{v}=\underline{w} \Rightarrow \underline{s}=\underline{v} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{s}=\underline{y} \Rightarrow \underline{s}=\underline{w}\rceil, \mathrm{p}_0, c)$]

[Helper(2)PairSubset $\overset{\text{stmt}}{\to}$ $\text{ZFsub} \vdash \forall\underline{s}\colon\forall\underline{y}\colon\forall\underline{v}\colon\forall\underline{w}\colon \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{s}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{y}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{v}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{w}\rceil \Vdash \underline{v}=\underline{w} \Rightarrow \underline{s}=\underline{v} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{s}=\underline{y} \Rightarrow \underline{s}=\underline{w}$]

[Helper(2)PairSubset $\overset{\text{tex}}{\to}$ "Helper(2)PairSubset"]

[Helper(2)PairSubset $\overset{\text{pyk}}{\to}$ "lemma pair subset1"]

PairSubset

[PairSubset $\overset{\text{proof}}{\to}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall\underline{s}\colon\forall\underline{x}\colon\forall\underline{y}\colon\forall\underline{v}\colon\forall\underline{w}\colon \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{x}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{y}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{v}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{w}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{s}\rceil \Vdash \underline{x}=\underline{y} \vdash \underline{v}=\underline{w} \vdash \underline{s} \in \{\underline{x},\underline{v}\} \vdash \text{Pair2Formula} \rhd \underline{s} \in \{\underline{x},\underline{v}\} \gg \dot{\neg}\,\underline{s}=\underline{x} \Rightarrow \underline{s}=\underline{v}; \text{HelperPairSubset} \unrhd \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{s}\rceil \unrhd \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{x}\rceil \unrhd \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{y}\rceil \unrhd \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{w}\rceil \gg \underline{x}=\underline{y} \Rightarrow \underline{s}=\underline{x} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{s}=\underline{y} \Rightarrow \underline{s}=\underline{w}; \text{MP} \rhd \underline{x}=\underline{y} \Rightarrow \underline{s}=\underline{x} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{s}=\underline{y} \Rightarrow \underline{s}=\underline{w} \rhd \underline{x}=\underline{y} \gg \underline{s}=\underline{x} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{s}=\underline{y} \Rightarrow \underline{s}=\underline{w}; \text{Helper(2)PairSubset} \unrhd \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{s}\rceil \unrhd \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{y}\rceil \unrhd \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{v}\rceil \unrhd \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{w}\rceil \gg \underline{v}=\underline{w} \Rightarrow \underline{s}=\underline{v} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{s}=\underline{y} \Rightarrow \underline{s}=\underline{w}; \text{MP} \rhd \underline{v}=\underline{w} \Rightarrow \underline{s}=\underline{v} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{s}=\underline{y} \Rightarrow \underline{s}=\underline{w} \rhd \underline{v}=\underline{w} \gg \underline{s}=\underline{v} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{s}=\underline{y} \Rightarrow \underline{s}=\underline{w}; \text{FromDisjuncts} \rhd \dot{\neg}\,\underline{s}=\underline{x} \Rightarrow \underline{s}=\underline{v} \rhd \underline{s}=\underline{x} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{s}=\underline{y} \Rightarrow \underline{s}=\underline{w} \rhd \underline{s}=\underline{v} \Rightarrow \dot{\neg}\,\underline{s}=\underline{y} \Rightarrow \underline{s}=\underline{w} \gg \dot{\neg}\,\underline{s}=\underline{y} \Rightarrow \underline{s}=\underline{w}; \text{Formula2Pair} \rhd \dot{\neg}\,\underline{s}=\underline{y} \Rightarrow \underline{s}=\underline{w} \gg \underline{s} \in \{\underline{y},\underline{w}\}; \forall\underline{s}\colon\forall\underline{x}\colon\forall\underline{y}\colon\forall\underline{v}\colon\forall\underline{w}\colon \text{Ded} \rhd \forall\underline{s}\colon\forall\underline{x}\colon\forall\underline{y}\colon\forall\underline{v}\colon\forall\underline{w}\colon \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{x}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{y}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{v}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{w}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{s}\rceil \Vdash \underline{x}=\underline{y} \vdash \underline{v}=\underline{w} \vdash \underline{s} \in \{\underline{x},\underline{v}\} \vdash \underline{s} \in \{\underline{y},\underline{w}\} \gg \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{x}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{y}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{v}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{w}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{s}\rceil \Vdash \underline{x}=\underline{y} \Rightarrow \underline{v}=\underline{w} \Rightarrow \underline{s} \in \{\underline{x},\underline{v}\} \Rightarrow \underline{s} \in \{\underline{y},\underline{w}\}\rceil, \mathrm{p}_0, c)$]

[PairSubset $\overset{\text{stmt}}{\to}$ $\text{ZFsub} \vdash \forall\underline{s}\colon\forall\underline{x}\colon\forall\underline{y}\colon\forall\underline{v}\colon\forall\underline{w}\colon \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{x}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{y}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{v}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{w}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{s}\rceil \Vdash \underline{x}=\underline{y} \Rightarrow \underline{v}=\underline{w} \Rightarrow \underline{s} \in \{\underline{x},\underline{v}\} \Rightarrow \underline{s} \in \{\underline{y},\underline{w}\}$]

[PairSubset $\overset{\text{tex}}{\to}$ "PairSubset"]

[PairSubset $\overset{\text{pyk}}{\to}$ "lemma pair subset"]

SamePair

[SamePair $\stackrel{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{v}}\colon \forall \underline{\mathsf{w}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{v}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{w}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{v}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{w}}\} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \vdash \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \vdash \mathrm{PairSubset} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{v}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{w}} \rceil \gg \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{v}}\} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{w}}\}; \mathrm{MP2} \rhd \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{v}}\} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{w}}\} \rhd \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \rhd \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \gg \bar{\mathsf{t}} \in \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{v}}\} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{w}}\}; {=}\mathrm{Symmetry} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \rhd \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \gg \underline{\mathsf{y}} = \underline{\mathsf{x}}; {=}\mathrm{Symmetry} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{v}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{w}} \rceil \rhd \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \gg \underline{\mathsf{w}} = \underline{\mathsf{v}}; \mathrm{PairSubset} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{w}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{v}} \rceil \gg \underline{\mathsf{y}} = \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{w}} = \underline{\mathsf{v}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{w}}\} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{v}}\}; \mathrm{MP2} \rhd \underline{\mathsf{y}} = \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \underline{\mathsf{w}} = \underline{\mathsf{v}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{w}}\} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{v}}\} \rhd \underline{\mathsf{y}} = \underline{\mathsf{x}} \rhd \underline{\mathsf{w}} = \underline{\mathsf{v}} \gg \bar{\mathsf{t}} \in \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{w}}\} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{v}}\}; \mathrm{ToSetEquality}(\mathrm{t}) \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{v}}\} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{w}}\} \rceil \rhd \bar{\mathsf{t}} \in \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{v}}\} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{w}}\} \rhd \bar{\mathsf{t}} \in \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{w}}\} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{v}}\} \gg \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{v}}\} = \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{w}}\} \rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})$]

[SamePair $\stackrel{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{v}}\colon \forall \underline{\mathsf{w}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{v}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{w}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{v}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{w}}\} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \vdash \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \vdash \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{v}}\} = \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{w}}\}$]

[SamePair $\stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ “SamePair”]

[SamePair $\stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ “lemma same pair”]

SameSingleton

[SameSingleton $\stackrel{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \vdash \mathrm{SamePair} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\} \rceil \rhd \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \rhd \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \gg \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\} = \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\}; \mathrm{Repetition} \rhd \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\} = \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\} \gg \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\} = \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\} \rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})$]

[SameSingleton $\stackrel{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \vdash \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\} = \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\}$]

[SameSingleton $\stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ “SameSingleton”]

[SameSingleton $\stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ “lemma same singleton”]

UnionSubset

[UnionSubset $\stackrel{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \vdash \underline{\mathsf{s}} \in \cup \underline{\mathsf{x}} \vdash \mathrm{Union2Formula} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \cup \underline{\mathsf{x}} \gg \dot{\neg} \underline{\mathsf{s}} \in \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} \Rightarrow \dot{\neg} \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{x}}; \mathrm{FirstConjunct} \rhd \dot{\neg} \underline{\mathsf{s}} \in \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} \Rightarrow \dot{\neg} \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{x}} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}}; \mathrm{SecondConjunct} \rhd \dot{\neg} \underline{\mathsf{s}} \in \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} \Rightarrow \dot{\neg} \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{x}} \gg \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{x}}; \mathrm{FromSetEquality} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \rhd \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \rhd \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{x}} \gg \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{y}}; \mathrm{Formula2Union} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} \rhd \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{y}} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \cup \underline{\mathsf{y}}; \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \mathrm{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \vdash \underline{\mathsf{s}} \in \cup \underline{\mathsf{x}} \vdash \underline{\mathsf{s}} \in$

$\cup \underline{y} \gg \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{x} \rceil \Vdash \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{y} \rceil \Vdash \underline{x} = \underline{y} \Rightarrow \underline{s} \in \cup \underline{x} \Rightarrow \underline{s} \in \cup \underline{y} \rceil, p_0, c)]$

[UnionSubset $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow}$ ZFsub $\vdash \forall \underline{s}\colon \forall \underline{x}\colon \forall \underline{y}\colon \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{x} \rceil \Vdash \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{y} \rceil \Vdash \underline{x} = \underline{y} \Rightarrow \underline{s} \in \cup \underline{x} \Rightarrow \underline{s} \in \cup \underline{y}$]

[UnionSubset $\stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ “UnionSubset”]

[UnionSubset $\stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ “lemma union subset”]

SameUnion

[SameUnion $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil$ZFsub $\vdash \forall \underline{x}\colon \forall \underline{y}\colon \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{x} \rceil \Vdash \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{y} \rceil \Vdash \underline{x} = \underline{y} \vdash$ UnionSubset $\unrhd \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{x} \rceil \unrhd \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{y} \rceil \gg \underline{x} = \underline{y} \Rightarrow \bar{s} \in \cup \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \cup \underline{y};$ MP $\rhd \underline{x} = \underline{y} \Rightarrow \bar{s} \in \cup \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \cup \underline{y} \rhd \underline{x} = \underline{y} \gg \bar{s} \in \cup \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \cup \underline{y};$ =Symmetry $\unrhd \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{x} \rceil \unrhd \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{y} \rceil \rhd \underline{x} = \underline{y} \gg \underline{y} = \underline{x};$ UnionSubset $\unrhd \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{y} \rceil \unrhd \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{x} \rceil \gg \underline{y} = \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \cup \underline{y} \Rightarrow \bar{s} \in \cup \underline{x};$ MP $\rhd \underline{y} = \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \cup \underline{y} \Rightarrow \bar{s} \in \cup \underline{x} \rhd \underline{y} = \underline{x} \gg \bar{s} \in \cup \underline{y} \Rightarrow \bar{s} \in \cup \underline{x};$ ToSetEquality $\rhd \bar{s} \in \cup \underline{x} \Rightarrow \bar{s} \in \cup \underline{y} \rhd \bar{s} \in \cup \underline{y} \Rightarrow \bar{s} \in \cup \underline{x} \gg \cup \underline{x} = \cup \underline{y} \rceil, p_0, c)]$

[SameUnion $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow}$ ZFsub $\vdash \forall \underline{x}\colon \forall \underline{y}\colon \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{x} \rceil \Vdash \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{y} \rceil \Vdash \underline{x} = \underline{y} \vdash \cup \underline{x} = \cup \underline{y}$]

[SameUnion $\stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ “SameUnion”]

[SameUnion $\stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ “lemma same union”]

SeparationSubset

[SeparationSubset $\stackrel{\text{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil$ZFsub $\vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \forall \underline{s}\colon \forall \underline{x}\colon \forall \underline{y}\colon \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{x} \rceil \Vdash \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{y} \rceil \Vdash \underline{x} = \underline{y} \vdash \dot{\neg} \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{b} \Rightarrow \underline{a} \vdash \underline{s} \in \{ph \in \underline{x} \mid \underline{a}\} \vdash$ Sep2Formula $\rhd \underline{s} \in \{ph \in \underline{x} \mid \underline{a}\} \gg \dot{\neg} \underline{s} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{a};$ FirstConjunct $\rhd \dot{\neg} \underline{s} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{a} \gg \underline{s} \in \underline{x};$ FromSetEquality $\unrhd \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{x} \rceil \unrhd \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{y} \rceil \rhd \underline{x} = \underline{y} \rhd \underline{s} \in \underline{x} \gg \underline{s} \in \underline{y};$ SecondConjunct $\rhd \dot{\neg} \underline{s} \in \underline{x} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{a} \gg \underline{a};$ IffSecond $\rhd \dot{\neg} \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{b} \Rightarrow \underline{a} \rhd \underline{a} \gg \underline{b};$ Formula2Sep $\rhd \underline{s} \in \underline{y} \rhd \underline{b} \gg \underline{s} \in \{ph \in \underline{y} \mid \underline{b}\}; \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \forall \underline{s}\colon \forall \underline{x}\colon \forall \underline{y}\colon$ Ded $\rhd \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \forall \underline{s}\colon \forall \underline{x}\colon \forall \underline{y}\colon \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{x} \rceil \Vdash \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{y} \rceil \Vdash \underline{x} = \underline{y} \vdash \dot{\neg} \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{b} \Rightarrow \underline{a} \vdash \underline{s} \in \{ph \in \underline{x} \mid \underline{a}\} \vdash \underline{s} \in \{ph \in \underline{y} \mid \underline{b}\} \gg \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{x} \rceil \Vdash \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{y} \rceil \Vdash \underline{x} = \underline{y} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{b} \Rightarrow \underline{a} \Rightarrow \underline{s} \in \{ph \in \underline{x} \mid \underline{a}\} \Rightarrow \underline{s} \in \{ph \in \underline{y} \mid \underline{b}\} \rceil, p_0, c)]$

[SeparationSubset $\stackrel{\text{stmt}}{\rightarrow}$ ZFsub $\vdash \forall \underline{a}\colon \forall \underline{b}\colon \forall \underline{s}\colon \forall \underline{x}\colon \forall \underline{y}\colon \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{x} \rceil \Vdash \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{y} \rceil \Vdash \underline{x} = \underline{y} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{a} \Rightarrow \underline{b} \Rightarrow \dot{\neg} \underline{b} \Rightarrow \underline{a} \Rightarrow \underline{s} \in \{ph \in \underline{x} \mid \underline{a}\} \Rightarrow \underline{s} \in \{ph \in \underline{y} \mid \underline{b}\}$]

[SeparationSubset $\stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ “SeparationSubset”]

[SeparationSubset $\stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ “lemma separation subset”]

SameSeparation

$[\mathrm{SameSeparation} \overset{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \vdash \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{a}} \vdash \mathrm{SeparationSubset} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \gg \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{x}} \mid \underline{\mathsf{a}}\} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{y}} \mid \underline{\mathsf{b}}\}; \mathrm{MP2} \rhd \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{x}} \mid \underline{\mathsf{a}}\} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{y}} \mid \underline{\mathsf{b}}\} \rhd \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{a}} \gg \bar{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{x}} \mid \underline{\mathsf{a}}\} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{y}} \mid \underline{\mathsf{b}}\}; {=}\mathrm{Symmetry} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \rhd \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \gg \underline{\mathsf{y}} = \underline{\mathsf{x}}; \mathrm{IffCommutativity} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{a}} \gg \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}}; \mathrm{SeparationSubset} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \gg \underline{\mathsf{y}} = \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{y}} \mid \underline{\mathsf{b}}\} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{x}} \mid \underline{\mathsf{a}}\}; \mathrm{MP2} \rhd \underline{\mathsf{y}} = \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{y}} \mid \underline{\mathsf{b}}\} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{x}} \mid \underline{\mathsf{a}}\} \rhd \underline{\mathsf{y}} = \underline{\mathsf{x}} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \gg \bar{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{y}} \mid \underline{\mathsf{b}}\} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{x}} \mid \underline{\mathsf{a}}\}; \mathrm{ToSetEquality} \rhd \bar{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{x}} \mid \underline{\mathsf{a}}\} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{y}} \mid \underline{\mathsf{b}}\} \rhd \bar{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{y}} \mid \underline{\mathsf{b}}\} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{x}} \mid \underline{\mathsf{a}}\} \gg \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{x}} \mid \underline{\mathsf{a}}\} = \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{y}} \mid \underline{\mathsf{b}}\} \rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{SameSeparation} \overset{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{a}}\colon \forall \underline{\mathsf{b}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \vdash \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{a}} \Rightarrow \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{b}} \Rightarrow \underline{\mathsf{a}} \vdash \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{x}} \mid \underline{\mathsf{a}}\} = \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{y}} \mid \underline{\mathsf{b}}\}]$

$[\mathrm{SameSeparation} \overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ “SameSeparation”$]$

$[\mathrm{SameSeparation} \overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ “lemma same separation”$]$

SameBinaryUnion

$[\mathrm{SameBinaryUnion} \overset{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{v}}\colon \forall \underline{\mathsf{w}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{v}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{w}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{v}}, \underline{\mathsf{v}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{w}}, \underline{\mathsf{w}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{v}}, \underline{\mathsf{v}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{w}}, \underline{\mathsf{w}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{v}}, \underline{\mathsf{v}}\}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \{\{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\}, \{\underline{\mathsf{w}}, \underline{\mathsf{w}}\}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{v}}, \underline{\mathsf{v}}\}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\}, \{\underline{\mathsf{w}}, \underline{\mathsf{w}}\}\} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \vdash \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \vdash \mathrm{SameSingleton} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\} \rceil \rhd \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \gg \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\} = \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\}; \mathrm{SameSingleton} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{v}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{w}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{v}}, \underline{\mathsf{v}}\} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{w}}, \underline{\mathsf{w}}\} \rceil \rhd \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \gg \{\underline{\mathsf{v}}, \underline{\mathsf{v}}\} = \{\underline{\mathsf{w}}, \underline{\mathsf{w}}\}; \mathrm{SamePair} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{v}}, \underline{\mathsf{v}}\} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{w}}, \underline{\mathsf{w}}\} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{v}}, \underline{\mathsf{v}}\}\} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\}, \{\underline{\mathsf{w}}, \underline{\mathsf{w}}\}\} \rceil \rhd \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\} = \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\} \rhd \{\underline{\mathsf{v}}, \underline{\mathsf{v}}\} = \{\underline{\mathsf{w}}, \underline{\mathsf{w}}\} \gg \{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{v}}, \underline{\mathsf{v}}\}\} = \{\{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\}, \{\underline{\mathsf{w}}, \underline{\mathsf{w}}\}\}; \mathrm{SameUnion} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{v}}, \underline{\mathsf{v}}\}\} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \{\{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\}, \{\underline{\mathsf{w}}, \underline{\mathsf{w}}\}\} \rceil \rhd \{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{v}}, \underline{\mathsf{v}}\}\} = \{\{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\}, \{\underline{\mathsf{w}}, \underline{\mathsf{w}}\}\} \gg \cup\{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{v}}, \underline{\mathsf{v}}\}\} = \cup\{\{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\}, \{\underline{\mathsf{w}}, \underline{\mathsf{w}}\}\}; \mathrm{Repetition} \rhd \cup\{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{v}}, \underline{\mathsf{v}}\}\} = \cup\{\{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\}, \{\underline{\mathsf{w}}, \underline{\mathsf{w}}\}\} \gg \cup\{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{v}}, \underline{\mathsf{v}}\}\} = \cup\{\{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\}, \{\underline{\mathsf{w}}, \underline{\mathsf{w}}\}\} \rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{SameBinaryUnion} \overset{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{v}}\colon \forall \underline{\mathsf{w}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{v}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{w}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{v}}, \underline{\mathsf{v}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{w}}, \underline{\mathsf{w}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{v}}, \underline{\mathsf{v}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \{\underline{\mathsf{w}}, \underline{\mathsf{w}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{v}}, \underline{\mathsf{v}}\}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \{\{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\}, \{\underline{\mathsf{w}}, \underline{\mathsf{w}}\}\} \rceil \Vdash$

$\lceil \overline{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{v}}, \underline{\mathsf{v}}\}\} \rceil \Vdash \lceil \overline{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \{\{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\}, \{\underline{\mathsf{w}}, \underline{\mathsf{w}}\}\} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \vdash \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \vdash \cup\{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{v}}, \underline{\mathsf{v}}\}\} = \cup\{\{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\}, \{\underline{\mathsf{w}}, \underline{\mathsf{w}}\}\}]$

[SameBinaryUnion $\stackrel{\text{tex}}{\to}$ “SameBinaryUnion”]

[SameBinaryUnion $\stackrel{\text{pyk}}{\to}$ “lemma same binary union”]

IntersectionSubset

[IntersectionSubset $\stackrel{\text{proof}}{\to}$ $\lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{v}}\colon \forall \underline{\mathsf{w}}\colon \lceil \overline{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \overline{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \lceil \overline{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{v}} \rceil \Vdash \lceil \overline{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{w}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \vdash \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \vdash \dot\neg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot\neg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{v}} \vdash \text{FirstConjunct} \rhd \dot\neg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot\neg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{v}} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}}; \text{FromSetEquality} \unrhd \lceil \overline{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \unrhd \lceil \overline{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \rhd \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}}; \text{SecondConjunct} \rhd \dot\neg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot\neg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{v}} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{v}}; \text{FromSetEquality} \unrhd \lceil \overline{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{v}} \rceil \unrhd \lceil \overline{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{w}} \rceil \rhd \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{v}} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{w}}; \text{JoinConjuncts} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{w}} \gg \dot\neg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot\neg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{w}}; \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{v}}\colon \forall \underline{\mathsf{w}}\colon \text{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{v}}\colon \forall \underline{\mathsf{w}}\colon \lceil \overline{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \overline{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \lceil \overline{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{v}} \rceil \Vdash \lceil \overline{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{w}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \vdash \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \vdash \dot\neg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot\neg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{v}} \vdash \dot\neg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot\neg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{w}} \gg \lceil \overline{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \overline{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \lceil \overline{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{v}} \rceil \Vdash \lceil \overline{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{w}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \Rightarrow \dot\neg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot\neg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{v}} \Rightarrow \dot\neg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot\neg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{w}} \rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

[IntersectionSubset $\stackrel{\text{stmt}}{\to}$ $\text{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{v}}\colon \forall \underline{\mathsf{w}}\colon \lceil \overline{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{x}} \rceil \Vdash \lceil \overline{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{y}} \rceil \Vdash \lceil \overline{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{v}} \rceil \Vdash \lceil \overline{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{w}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \underline{\mathsf{v}} = \underline{\mathsf{w}} \Rightarrow \dot\neg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot\neg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{v}} \Rightarrow \dot\neg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot\neg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{w}}]$

[IntersectionSubset $\stackrel{\text{tex}}{\to}$ “IntersectionSubset”]

[IntersectionSubset $\stackrel{\text{pyk}}{\to}$ “lemma intersection subset”]

SameIntersection

[SameIntersection $\stackrel{\text{proof}}{\to}$ $\lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \text{ZFsub} \vdash \overline{\mathsf{x}} = \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \overline{\mathsf{r}}\} \vdash \overline{\mathsf{y}} = \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \overline{\mathsf{r}}\} \vdash \text{SameBinaryUnion} \rhd \overline{\mathsf{x}} = \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \overline{\mathsf{r}}\} \rhd \overline{\mathsf{y}} = \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \overline{\mathsf{r}}\} \gg \cup\{\{\overline{\mathsf{x}}, \overline{\mathsf{x}}\}, \{\overline{\mathsf{y}}, \overline{\mathsf{y}}\}\} = \cup\{\{\{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \overline{\mathsf{r}}\}, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \overline{\mathsf{r}}\}\}, \{\{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \overline{\mathsf{r}}\}, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \overline{\mathsf{r}}\}\}\}; \text{IntersectionSubset} \gg \overline{\mathsf{x}} = \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \overline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \overline{\mathsf{y}} = \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \overline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot\neg \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \overline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot\neg \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \overline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot\neg \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \overline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot\neg \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \overline{\mathsf{r}}\}; \text{MP2} \rhd \overline{\mathsf{x}} = \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \overline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \overline{\mathsf{y}} = \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \overline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot\neg \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \overline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot\neg \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \overline{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot\neg \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \overline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot\neg \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \overline{\mathsf{r}}\} \rhd \overline{\mathsf{x}} = \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \overline{\mathsf{r}}\} \rhd \overline{\mathsf{y}} = \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \overline{\mathsf{r}}\} \gg \dot\neg \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \overline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot\neg \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \overline{\mathsf{y}} \Rightarrow$

$\dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}; = \mathrm{Symmetry} \rhd \bar{\mathsf{x}} = \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \gg \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \bar{\mathsf{x}}; = \mathrm{Symmetry} \rhd \bar{\mathsf{y}} = \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \gg \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \bar{\mathsf{y}};$ IntersectionSubset $\gg \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \bar{\mathsf{x}} \Rightarrow \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \bar{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{y}};$ MP2 $\rhd \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \bar{\mathsf{x}} \Rightarrow \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \bar{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{y}} \rhd \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \bar{\mathsf{x}} \rhd \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \bar{\mathsf{y}} \gg \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{y}};$ JoinConjuncts $\rhd \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \rhd \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{y}} \gg \dot{\neg}\,\dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{y}};$ SameSeparation $\rhd \cup\{\{\bar{\mathsf{x}}, \bar{\mathsf{x}}\}, \{\bar{\mathsf{y}}, \bar{\mathsf{y}}\}\} = \cup\{\{\{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}\}, \{\{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}\}\} \rhd \dot{\neg}\,\dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{y}} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{y}} \gg \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\bar{\mathsf{x}}, \bar{\mathsf{x}}\}, \{\bar{\mathsf{y}}, \bar{\mathsf{y}}\}\} \mid \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{y}}\} = \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}\}, \{\{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}\}\} \mid \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}\};$ Repetition $\rhd \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\bar{\mathsf{x}}, \bar{\mathsf{x}}\}, \{\bar{\mathsf{y}}, \bar{\mathsf{y}}\}\} \mid \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{y}}\} = \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}\}, \{\{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}\}\} \mid \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}\} \gg \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\bar{\mathsf{x}}, \bar{\mathsf{x}}\}, \{\bar{\mathsf{y}}, \bar{\mathsf{y}}\}\} \mid \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{y}}\} = \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}\}, \{\{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}\}\} \mid \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}\}], \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{SameIntersection} \overset{\mathrm{stmt}}{\to} \mathrm{ZFsub} \vdash \bar{\mathsf{x}} = \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \vdash \bar{\mathsf{y}} = \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} \vdash \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\bar{\mathsf{x}}, \bar{\mathsf{x}}\}, \{\bar{\mathsf{y}}, \bar{\mathsf{y}}\}\} \mid \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot{\neg}\,\mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \bar{\mathsf{y}}\} = \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}\}, \{\{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}, \{\mathrm{ph} \in$

$\overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, b_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\}\}\} \mid \dot{\neg}\, c_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, c_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, b_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\}\}]$

[SameIntersection $\overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "SameIntersection"]

[SameIntersection $\overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma same intersection"]

AutoMember

[AutoMember $\overset{\mathrm{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{r}\colon \forall \underline{s}\colon \forall \underline{bs}\colon \lceil \bar{s}\rceil \#^0 \lceil \underline{r}\rceil \Vdash \lceil \bar{s}\rceil \#^0 \lceil \underline{bs}\rceil \Vdash \dot{\neg}\dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{s}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{s}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{t}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{u}\}\} \in \underline{r} \vdash \underline{s} \in \underline{bs} \vdash \mathrm{ERisReflexive} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{s}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{s}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{t}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{u}\}\} \in \underline{r} \gg \forall_{\mathrm{obj}} \bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r}; \mathrm{Reflexivity} \unrhd \lceil \bar{s}\rceil \#^0 \lceil \underline{r}\rceil \unrhd \lceil \bar{s}\rceil \#^0 \lceil \underline{bs}\rceil \rhd \forall_{\mathrm{obj}} \bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \rhd \underline{s} \in \underline{bs} \gg \{\{\underline{s}, \underline{s}\}, \{\underline{s}, \underline{s}\}\} \in \underline{r}; \mathrm{Formula2Sep} \rhd \underline{s} \in \underline{bs} \rhd \{\{\underline{s}, \underline{s}\}, \{\underline{s}, \underline{s}\}\} \in \underline{r} \gg \underline{s} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, \underline{s}\}\} \in \underline{r}\}\rceil, \mathrm{p}_0, c)$]

[AutoMember $\overset{\mathrm{stmt}}{\rightarrow}$ $\mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{r}\colon \forall \underline{s}\colon \forall \underline{bs}\colon \lceil \bar{s}\rceil \#^0 \lceil \underline{r}\rceil \Vdash \lceil \bar{s}\rceil \#^0 \lceil \underline{bs}\rceil \Vdash \dot{\neg}\dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{s}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{s}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{t}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{u}\}\} \in \underline{r} \vdash \underline{s} \in \underline{bs} \vdash \underline{s} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, \underline{s}\}\} \in \underline{r}\}$]

[AutoMember $\overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "AutoMember"]

[AutoMember $\overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma auto member"]

HelperEqSysNot∅

[HelperEqSysNot∅ $\overset{\mathrm{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{r}\colon \forall \underline{s}\colon \forall \underline{bs}\colon \lceil \bar{s}\rceil \#^0 \lceil \underline{r}\rceil \Vdash \lceil \bar{s}\rceil \#^0 \lceil \underline{s}\rceil \Vdash \lceil \bar{s}\rceil \#^0 \lceil \underline{bs}\rceil \Vdash \lceil \bar{s}\rceil \#^0 \lceil \{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{r}\}\rceil \Vdash \dot{\neg}\dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{s}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{s}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{t}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{u}\}\} \in \underline{r} \vdash \underline{s} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{bs}) \mid \dot{\neg}\, t_{\mathrm{Ex}} \in \underline{bs} \Rightarrow \dot{\neg} \{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \vdash \mathrm{Sep2Formula} \rhd \underline{s} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{bs}) \mid \dot{\neg}\, t_{\mathrm{Ex}} \in \underline{bs} \Rightarrow \dot{\neg} \{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \gg \dot{\neg}\, \underline{s} \in \mathrm{P}(\underline{bs}) \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg}\, a_{\mathrm{Ex}} \in \underline{bs} \Rightarrow \dot{\neg} \{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{r}\} = \underline{s}; \mathrm{SecondConjunct} \rhd \dot{\neg}\, \underline{s} \in \mathrm{P}(\underline{bs}) \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg}\, a_{\mathrm{Ex}} \in \underline{bs} \Rightarrow \dot{\neg} \{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{r}\} = \underline{s} \gg \dot{\neg}\, a_{\mathrm{Ex}} \in \underline{bs} \Rightarrow \dot{\neg} \{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{r}\} = \underline{s}; \mathrm{FirstConjunct} \rhd \dot{\neg}\, a_{\mathrm{Ex}} \in \underline{bs} \Rightarrow$

$\dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \underline{\mathsf{s}} \gg \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}}$; SecondConjunct $\rhd \dot{\neg}\, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \underline{\mathsf{s}} \gg \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \underline{\mathsf{s}}$; AutoMember $\unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \rhd \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \gg \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}$; FromSetEquality $\unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{s}} \rceil \rhd \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \underline{\mathsf{s}} \rhd \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \gg \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{s}}$; MemberNot∅ $\unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{s}} \rceil \rhd \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{s}} \gg \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} = \emptyset; \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon$ Ded $\rhd \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{s}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \rceil \Vdash \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot{\neg}\, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \vdash \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} = \emptyset \gg \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{s}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot{\neg}\, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} = \emptyset \rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

[HelperEqSysNot∅ $\stackrel{\mathrm{stmt}}{\rightarrow}$ ZFsub $\vdash \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{s}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot{\neg}\, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} = \emptyset$]

[HelperEqSysNot∅ $\stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ “HelperEqSysNot\O{}”]

[HelperEqSysNot∅ $\stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ “lemma eq-system not empty0”]

EqSysNot∅

[EqSysNot∅ $\stackrel{\mathrm{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil$ZFsub $\vdash \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{s}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash$ HelperEqSysNot∅ $\unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{s}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^{0} \lceil \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \rceil \unrhd$

$\lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \mathrel{\rhd\!\!\!\rhd} \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \mathrel{\rhd\!\!\!\rhd} \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \mathrel{\rhd\!\!\!\rhd} \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \gg \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in$
$\mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot{\neg}\, \mathrm{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathrm{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} =$
$\emptyset; \mathrm{MP} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot{\neg}\, \mathrm{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathrm{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} =$
$\mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} = \emptyset \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot{\neg}\, \mathrm{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathrm{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} = \emptyset\rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{EqSysNot}\emptyset \stackrel{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{s}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash$
$\lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash$
$\lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot{\neg}\, \mathrm{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathrm{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} = \emptyset]$

$[\mathrm{EqSysNot}\emptyset \stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "EqSysNot\O{}"]

$[\mathrm{EqSysNot}\emptyset \stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma eq-system not empty"]

HelperEqSubset

$[\mathrm{HelperEqSubset} \stackrel{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash$
$\lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \vdash \underline{\mathsf{y}} \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \vdash \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash$
$\{\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{x}}\},\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \vdash \mathrm{Repetition} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in$
$\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}\}; \mathrm{Sep2Formula} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \gg \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\{\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{s}}\},\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}; \mathrm{SecondConjunct} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\{\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{s}}\},\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg$
$\{\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{s}}\},\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}; \mathrm{ERisTransitive} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}; \mathrm{FirstConjunct} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\{\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{s}}\},\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}}; \mathrm{Transitivity} \mathrel{\rhd\!\!\!\rhd}$
$\lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \mathrel{\rhd\!\!\!\rhd} \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \mathrel{\rhd\!\!\!\rhd} \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \mathrel{\rhd\!\!\!\rhd} \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \mathrel{\rhd\!\!\!\rhd} \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \mathrel{\rhd\!\!\!\rhd}$

$\lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \rhd \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}} \colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \rhd \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \rhd \underline{\mathsf{y}} \in \underline{\mathsf{bs}} \rhd \{\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{s}}\},\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \rhd \{\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{x}}\},\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \{\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{s}}\},\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}; \mathrm{Formula2Sep} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \rhd \{\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{s}}\},\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}; \forall \underline{\mathsf{r}} \colon \forall \underline{\mathsf{s}} \colon \forall \underline{\mathsf{x}} \colon \forall \underline{\mathsf{y}} \colon \forall \underline{\mathsf{bs}} \colon \mathrm{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{r}} \colon \forall \underline{\mathsf{s}} \colon \forall \underline{\mathsf{x}} \colon \forall \underline{\mathsf{y}} \colon \forall \underline{\mathsf{bs}} \colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \vdash \underline{\mathsf{y}} \in \underline{\mathsf{bs}} \vdash \dot{\neg}\dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}} \colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \{\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{x}}\},\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \vdash \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \gg \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \underline{\mathsf{y}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}} \colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{x}}\},\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{HelperEqSubset} \stackrel{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{r}} \colon \forall \underline{\mathsf{s}} \colon \forall \underline{\mathsf{x}} \colon \forall \underline{\mathsf{y}} \colon \forall \underline{\mathsf{bs}} \colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \underline{\mathsf{y}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}} \colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{x}}\},\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}]$

$[\mathrm{HelperEqSubset} \stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "HelperEqSubset"$]$

$[\mathrm{HelperEqSubset} \stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma eq subset0"$]$

EqSubset

$[\mathrm{EqSubset} \stackrel{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{r}} \colon \forall \underline{\mathsf{s}} \colon \forall \underline{\mathsf{x}} \colon \forall \underline{\mathsf{y}} \colon \forall \underline{\mathsf{bs}} \colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \vdash \underline{\mathsf{y}} \in \underline{\mathsf{bs}} \vdash \dot{\neg}\dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}} \colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \{\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{x}}\},\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \mathrm{HelperEqSubset} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \gg \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \underline{\mathsf{y}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}} \colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{x}}\},\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}; \mathrm{MP4} \rhd \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \underline{\mathsf{y}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}} \colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}} \colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$

$\{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{x}}\},\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \rhd \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \rhd \underline{\mathsf{y}} \in \underline{\mathsf{bs}} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \rhd \{\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{x}}\},\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{EqSubset} \overset{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \vdash \underline{\mathsf{y}} \in \underline{\mathsf{bs}} \vdash \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \{\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{x}}\},\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}]$

$[\mathrm{EqSubset} \overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "EqSubset"$]$

$[\mathrm{EqSubset} \overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma eq subset"$]$

HelperEqNecessary

$[\mathrm{HelperEqNecessary} \overset{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \vdash \underline{\mathsf{y}} \in \underline{\mathsf{bs}} \vdash \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \{\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{x}}\},\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \mathrm{EqSubset} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \rhd \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \rhd \underline{\mathsf{y}} \in \underline{\mathsf{bs}} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \rhd \{\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{x}}\},\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \bar{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}; \mathrm{ERisSymmetric} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}; \mathrm{Symmetry} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \rhd \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \rhd \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \rhd \underline{\mathsf{y}} \in \underline{\mathsf{bs}} \rhd \{\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{x}}\},\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \{\{\underline{\mathsf{y}},\underline{\mathsf{y}}\},\{\underline{\mathsf{y}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}; \mathrm{EqSubset} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \rhd \underline{\mathsf{y}} \in \underline{\mathsf{bs}} \rhd \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$

$\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\forall_{obj}\bar{u}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{u}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\rhd\{\{\underline{y},\underline{y}\},\{\underline{y},\underline{x}\}\}\in\underline{r}\gg\bar{s}\in\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\}\Rightarrow\bar{s}\in\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{x}\}\}\in\underline{r}\}$; ToSetEquality $\rhd\bar{s}\in\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{x}\}\}\in\underline{r}\}\Rightarrow\bar{s}\in\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\}\rhd\bar{s}\in\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\}\Rightarrow\bar{s}\in\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{x}\}\}\in\underline{r}\}\gg\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{x}\}\}\in\underline{r}\}=\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\}$; $\forall\underline{r}\colon\forall\underline{x}\colon\forall\underline{y}\colon\forall\underline{bs}\colon$ Ded $\rhd\forall\underline{r}\colon\forall\underline{x}\colon\forall\underline{y}\colon\forall\underline{bs}\colon\lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil\Vdash\lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\Vdash\lceil\bar{t}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil\Vdash\lceil\bar{t}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\Vdash\lceil\bar{u}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil\Vdash\lceil\bar{u}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\Vdash\underline{x}\in\underline{bs}\vdash\underline{y}\in\underline{bs}\vdash\dot\neg\dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\forall_{obj}\bar{u}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{u}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\vdash\{\{\underline{x},\underline{x}\},\{\underline{x},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\vdash\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{x}\}\}\in\underline{r}\}=\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\}\gg\lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil\Vdash\lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\Vdash\lceil\bar{t}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil\Vdash\lceil\bar{t}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\Vdash\lceil\bar{u}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil\Vdash\lceil\bar{u}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\Vdash\underline{x}\in\underline{bs}\Rightarrow\underline{y}\in\underline{bs}\Rightarrow\dot\neg\dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\forall_{obj}\bar{u}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{u}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\underline{x},\underline{x}\},\{\underline{x},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{x}\}\}\in\underline{r}\}=\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\}\rceil,p_0,c)]$

[HelperEqNecessary $\overset{\mathrm{stmt}}{\rightarrow}$ ZFsub $\vdash\forall\underline{r}\colon\forall\underline{x}\colon\forall\underline{y}\colon\forall\underline{bs}\colon\lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil\Vdash\lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\Vdash\lceil\bar{t}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil\Vdash\lceil\bar{t}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\Vdash\lceil\bar{u}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil\Vdash\lceil\bar{u}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\Vdash\underline{x}\in\underline{bs}\Rightarrow\underline{y}\in\underline{bs}\Rightarrow\dot\neg\dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\forall_{obj}\bar{u}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{u}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\underline{x},\underline{x}\},\{\underline{x},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{x}\}\}\in\underline{r}\}=\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\}$]

[HelperEqNecessary $\overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "HelperEqNecessary"]

[HelperEqNecessary $\overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma equivalence nec condition0"]

EqNecessary

[EqNecessary $\overset{\mathrm{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil$ZFsub $\vdash\forall\underline{r}\colon\forall\underline{x}\colon\forall\underline{y}\colon\forall\underline{bs}\colon\lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil\Vdash\lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\Vdash\lceil\bar{t}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil\Vdash\lceil\bar{t}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\Vdash\lceil\bar{u}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil\Vdash\lceil\bar{u}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\Vdash\underline{x}\in\underline{bs}\vdash\underline{y}\in\underline{bs}\vdash\dot\neg\dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\forall_{obj}\bar{u}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{u}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\vdash$ HelperEqNecessary $\unrhd\lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil\unrhd\lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\unrhd\lceil\bar{t}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil\unrhd\lceil\bar{t}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\unrhd\lceil\bar{u}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil\unrhd\lceil\bar{u}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\gg\underline{x}\in\underline{bs}\Rightarrow\underline{y}\in\underline{bs}\Rightarrow\dot\neg\dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\forall_{obj}\bar{u}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{u}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\underline{x},\underline{x}\},\{\underline{x},\underline{y}\}\}\in$

$\underline{r} \Rightarrow \{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, \underline{x}\}\} \in \underline{r}\} = \{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, \underline{y}\}\} \in \underline{r}\}; \mathrm{MP3} \rhd \underline{x} \in \underline{bs} \Rightarrow \underline{y} \in \underline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{s}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{s}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{t}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\underline{x},\underline{x}\},\{\underline{x},\underline{y}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, \underline{x}\}\} \in \underline{r}\} = \{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, \underline{y}\}\} \in \underline{r}\} \rhd \underline{x} \in \underline{bs} \rhd \underline{y} \in \underline{bs} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{s}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{s}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{t}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \gg \{\{\underline{x},\underline{x}\},\{\underline{x},\underline{y}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, \underline{x}\}\} \in \underline{r}\} = \{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, \underline{y}\}\} \in \underline{r}\}\rceil, p_0, c)]$

$[\mathrm{EqNecessary} \stackrel{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall\underline{r}\colon \forall\underline{x}\colon \forall\underline{y}\colon \forall\underline{bs}\colon \lceil\bar{s}\rceil\#^{0}\lceil\underline{r}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^{0}\lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \lceil\bar{t}\rceil\#^{0}\lceil\underline{r}\rceil \Vdash \lceil\bar{t}\rceil\#^{0}\lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \lceil\bar{u}\rceil\#^{0}\lceil\underline{r}\rceil \Vdash \lceil\bar{u}\rceil\#^{0}\lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \underline{x} \in \underline{bs} \vdash \underline{y} \in \underline{bs} \vdash \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{s}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{s}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{t}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \vdash \{\{\underline{x},\underline{x}\},\{\underline{x},\underline{y}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, \underline{x}\}\} \in \underline{r}\} = \{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, \underline{y}\}\} \in \underline{r}\}]$

$[\mathrm{EqNecessary} \stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "EqNecessary"]

$[\mathrm{EqNecessary} \stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma equivalence nec condition"]

HelperNoneEqNecessary

$[\mathrm{HelperNoneEqNecessary} \stackrel{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil\mathrm{ZFsub} \vdash \forall\underline{r}\colon \forall\underline{s}\colon \forall\underline{x}\colon \forall\underline{y}\colon \forall\underline{bs}\colon \lceil\bar{s}\rceil\#^{0}\lceil\underline{r}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^{0}\lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \lceil\bar{t}\rceil\#^{0}\lceil\underline{r}\rceil \Vdash \lceil\bar{t}\rceil\#^{0}\lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \lceil\bar{u}\rceil\#^{0}\lceil\underline{r}\rceil \Vdash \lceil\bar{u}\rceil\#^{0}\lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \underline{x} \in \underline{bs} \vdash \underline{y} \in \underline{bs} \vdash \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{s}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{s}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{t}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \vdash \underline{s} \in \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, \underline{x}\}\} \in \underline{r}\}, \{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, \underline{x}\}\} \in \underline{r}\}\}, \{\{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, \underline{y}\}\} \in \underline{r}\}, \{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, \underline{y}\}\} \in \underline{r}\}\}\} \mid \dot{\neg}c_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, \underline{x}\}\} \in \underline{r}\} \Rightarrow \dot{\neg}c_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, \underline{y}\}\} \in \underline{r}\}\} \vdash \mathrm{ERisSymmetric} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{s}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{s}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{t}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \gg \forall_{\mathrm{obj}}\bar{s}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r}; \mathrm{ERisTransitive} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{s}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{s}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{t}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \gg \forall_{\mathrm{obj}}\bar{s}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{t}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\} \in \underline{r}; \mathrm{Sep2Formula} \rhd \underline{s} \in \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, \underline{x}\}\} \in \underline{r}\}, \{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}}, a_{\mathrm{Ph}}\}, \{a_{\mathrm{Ph}}, \underline{x}\}\} \in \underline{r}\}\}, \{\{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid$

$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\},\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}\} \mid \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in$
$\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\} \gg \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \cup\{\{\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}\},\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\},\{\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}\},\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}\}; \mathrm{SecondConjunct} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \cup\{\{\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\},\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\},\{\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\},\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}\} \Rightarrow \dot{\neg}\,\dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \gg \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}\}; \mathrm{FirstConjunct} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}\}; \mathrm{Sep2Formula} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \gg \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\, \{\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{s}}\},\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}; \mathrm{SecondConjunct} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \{\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{s}}\},\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg$
$\{\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{s}}\},\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}; \mathrm{SecondConjunct} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}; \mathrm{Sep2Formula} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \gg \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \{\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{s}}\},\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}; \mathrm{SecondConjunct} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \{\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{s}}\},\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \{\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{s}}\},\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}; \mathrm{FirstConjunct} \rhd \dot{\neg}\, \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \{\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{s}}\},\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}}; \mathrm{Symmetry} \unrhd$
$\lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \rhd \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \rhd \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \rhd \{\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{s}}\},\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}} \gg \{\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{x}}\},\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}; \mathrm{Transitivity} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \unrhd$
$\lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \rhd \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \rhd \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \rhd \underline{\mathsf{y}} \in \underline{\mathsf{bs}} \rhd \{\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{x}}\},\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \rhd \{\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{s}}\},\{\underline{\mathsf{s}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \{\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{x}}\},\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}; \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \mathrm{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash$
$\lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \vdash \underline{\mathsf{y}} \in \underline{\mathsf{bs}} \vdash$
$\dot{\neg}\,\dot{\neg}\, \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \underline{\mathsf{s}} \in$
$\{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\},\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\},\{\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\},\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}\} \mid \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\, \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\} \vdash \{\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{x}}\},\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg$
$\lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \underline{\mathsf{y}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\,\dot{\neg}\, \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\},\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\},\{\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\},\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}\} \mid \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\, \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\} \Rightarrow \{\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{x}}\},\{\underline{\mathsf{x}},\underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{HelperNoneEqNecessary} \stackrel{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash$

$\lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \Vdash \lceil \bar{t} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \Vdash \lceil \bar{t} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \Vdash \lceil \bar{u} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \Vdash \lceil \bar{u} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \Vdash \underline{x} \in \underline{bs} \Rightarrow \underline{y} \in \underline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \forall_{obj}\bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \underline{s} \in \{ph \in \cup\{\{\{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{x}\}\} \in \underline{r}\}, \{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{x}\}\} \in \underline{r}\}\}, \{\{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{y}\}\} \in \underline{r}\}, \{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{y}\}\} \in \underline{r}\}\}\} \mid \dot{\neg} c_{Ph} \in \{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{x}\}\} \in \underline{r}\} \Rightarrow \dot{\neg} c_{Ph} \in \{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{y}\}\} \in \underline{r}\}\} \Rightarrow \{\{\underline{x}, \underline{x}\}, \{\underline{x}, \underline{y}\}\} \in \underline{r}]$

[HelperNoneEqNecessary $\overset{\text{tex}}{\to}$ “HelperNoneEqNecessary”]

[HelperNoneEqNecessary $\overset{\text{pyk}}{\to}$ “lemma none-equivalence nec condition0”]

Helper(2)NoneEqNecessary

[Helper(2)NoneEqNecessary $\overset{\text{proof}}{\to} \lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{r}\colon \forall \underline{x}\colon \forall \underline{y}\colon \forall \underline{bs}\colon \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \Vdash \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \Vdash \lceil \bar{t} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \Vdash \lceil \bar{t} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \Vdash \lceil \bar{u} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \Vdash \lceil \bar{u} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \Vdash \underline{x} \in \underline{bs} \vdash \underline{y} \in \underline{bs} \vdash \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \forall_{obj}\bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{u}\}\} \in \underline{r} \vdash \dot{\neg}\{\{\underline{x}, \underline{x}\}, \{\underline{x}, \underline{y}\}\} \in \underline{r} \vdash \mathrm{HelperNoneEqNecessary} \mathrel{\rhd\!\!\!\rhd} \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \mathrel{\rhd\!\!\!\rhd} \lceil \bar{s} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \mathrel{\rhd\!\!\!\rhd} \lceil \bar{t} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \mathrel{\rhd\!\!\!\rhd} \lceil \bar{t} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \mathrel{\rhd\!\!\!\rhd} \lceil \bar{u} \rceil \#^0 \lceil \underline{r} \rceil \mathrel{\rhd\!\!\!\rhd} \lceil \bar{u} \rceil \#^0 \lceil \underline{bs} \rceil \gg \underline{x} \in \underline{bs} \Rightarrow \underline{y} \in \underline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \forall_{obj}\bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \bar{s} \in \{ph \in \cup\{\{\{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{x}\}\} \in \underline{r}\}, \{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{x}\}\} \in \underline{r}\}\}, \{\{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{y}\}\} \in \underline{r}\}, \{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{y}\}\} \in \underline{r}\}\}\} \mid \dot{\neg} c_{Ph} \in \{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{x}\}\} \in \underline{r}\} \Rightarrow \dot{\neg} c_{Ph} \in \{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{y}\}\} \in \underline{r}\}\} \Rightarrow \{\{\underline{x}, \underline{x}\}, \{\underline{x}, \underline{y}\}\} \in \underline{r}; \mathrm{MP3} \rhd \underline{x} \in \underline{bs} \Rightarrow \underline{y} \in \underline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \forall_{obj}\bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \bar{s} \in \{ph \in \cup\{\{\{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{x}\}\} \in \underline{r}\}, \{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{x}\}\} \in \underline{r}\}\}, \{\{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{y}\}\} \in \underline{r}\}, \{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{y}\}\} \in \underline{r}\}\}\} \mid \dot{\neg} c_{Ph} \in \{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{x}\}\} \in \underline{r}\} \Rightarrow \dot{\neg} c_{Ph} \in \{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{y}\}\} \in \underline{r}\}\} \Rightarrow \{\{\underline{x}, \underline{x}\}, \{\underline{x}, \underline{y}\}\} \in \underline{r} \rhd \underline{x} \in \underline{bs} \rhd \underline{y} \in \underline{bs} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \forall_{obj}\bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{u}\}\} \in \underline{r} \gg \bar{s} \in \{ph \in \cup\{\{\{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{x}\}\} \in \underline{r}\}, \{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{x}\}\} \in \underline{r}\}\}, \{\{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{y}\}\} \in \underline{r}\}, \{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{y}\}\} \in \underline{r}\}\}\} \mid \dot{\neg} c_{Ph} \in \{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{x}\}\} \in \underline{r}\} \Rightarrow \dot{\neg} c_{Ph} \in \{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{y}\}\} \in \underline{r}\}\} \Rightarrow \{\{\underline{x}, \underline{x}\}, \{\underline{x}, \underline{y}\}\} \in \underline{r}; \mathrm{MT} \rhd \bar{s} \in \{ph \in \cup\{\{\{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, \underline{x}\}\} \in \underline{r}\}, \{ph \in \underline{bs} \mid$

$\{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}, \{\{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}, \{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}\} \mid \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{Ph} \in \{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\, \mathsf{c}_{Ph} \in \{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\} \Rightarrow \{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}} \rhd \dot{\neg}\, \{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \dot{\neg}\, \bar{\mathsf{s}} \in \{ph \in \cup\{\{\{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}\}, \{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}, \{\{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}\}, \{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}\} \mid \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{Ph} \in \{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{Ph} \in \{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}\}\}; \mathrm{Unique}\emptyset \rhd \dot{\neg}\, \bar{\mathsf{s}} \in \{ph \in \cup\{\{\{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}, \{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}, \{\{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}, \{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}\} \mid \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{Ph} \in \{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\, \mathsf{c}_{Ph} \in \{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\} \gg \{ph \in \cup\{\{\{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}, \{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}, \{\{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}, \{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}\} \mid \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{Ph} \in$
$\{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{Ph} \in \{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\} = \emptyset; \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \mathrm{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash$
$\lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \vdash \underline{\mathsf{y}} \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \vdash \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash$
$\dot{\neg}\, \{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \{ph \in \cup\{\{\{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}, \{ph \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}, \{\{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}, \{ph \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}\} \mid \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{Ph} \in \{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{Ph} \in \{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\} = \emptyset \gg \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash$
$\lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \underline{\mathsf{y}} \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\, \{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{ph \in \cup\{\{\{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}, \{ph \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}, \{\{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}, \{ph \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}\} \mid \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{Ph} \in \{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{Ph} \in \{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\} = \emptyset \rceil, p_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{Helper(2)NoneEqNecessary} \stackrel{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash$
$\lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \underline{\mathsf{y}} \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\, \{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{ph \in \cup\{\{\{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}, \{ph \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}, \{\{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}, \{ph \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}\} \mid \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{Ph} \in \{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{Ph} \in \{ph \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{Ph}, \mathsf{a}_{Ph}\}, \{\mathsf{a}_{Ph}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\} = \emptyset]$

$[\mathrm{Helper(2)NoneEqNecessary} \stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "Helper(2)NoneEqNecessary"]

$[\mathrm{Helper(2)NoneEqNecessary} \stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma none-equivalence nec condition1"]

NoneEqNecessary

[NoneEqNecessary $\overset{\text{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{r}\colon \forall \underline{x}\colon \forall \underline{y}\colon \forall \underline{bs}\colon \lceil \bar{s}\rceil \#^0 \lceil \underline{r}\rceil \Vdash \lceil \bar{s}\rceil \#^0 \lceil \underline{bs}\rceil \Vdash \lceil \bar{t}\rceil \#^0 \lceil \underline{r}\rceil \Vdash \lceil \bar{t}\rceil \#^0 \lceil \underline{bs}\rceil \Vdash \lceil \bar{u}\rceil \#^0 \lceil \underline{r}\rceil \Vdash \lceil \bar{u}\rceil \#^0 \lceil \underline{bs}\rceil \Vdash \underline{x} \in \underline{bs} \vdash \underline{y} \in \underline{bs} \vdash \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s}\in\underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\}\in\underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\forall_{obj}\bar{u}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{u}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\vdash$ Helper(2)NoneEqNecessary $\mathrel{|\!\rhd} \lceil \bar{s}\rceil \#^0 \lceil \underline{r}\rceil \mathrel{|\!\rhd} \lceil \bar{s}\rceil \#^0 \lceil \underline{bs}\rceil \mathrel{|\!\rhd} \lceil \bar{t}\rceil \#^0 \lceil \underline{r}\rceil \mathrel{|\!\rhd} \lceil \bar{t}\rceil \#^0 \lceil \underline{bs}\rceil \mathrel{|\!\rhd} \lceil \bar{u}\rceil \#^0 \lceil \underline{r}\rceil \mathrel{|\!\rhd} \lceil \bar{u}\rceil \#^0 \lceil \underline{bs}\rceil \gg \underline{x}\in\underline{bs}\Rightarrow\underline{y}\in\underline{bs}\Rightarrow\dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s}\in\underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\}\in\underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\forall_{obj}\bar{u}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{u}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow \dot{\neg}\{\{\underline{x},\underline{x}\},\{\underline{x},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{ph\in\cup\{\{\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{x}\}\}\in\underline{r}\},\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{x}\}\}\in\underline{r}\}\},\{\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\},\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\}\}\}\mid\dot{\neg}c_{Ph}\in\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{x}\}\}\in\underline{r}\}\Rightarrow\dot{\neg}c_{Ph}\in\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\}\}=\emptyset;$ MP3 $\rhd\ \underline{x}\in\underline{bs}\Rightarrow\underline{y}\in\underline{bs}\Rightarrow\dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s}\in\underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\}\in\underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\forall_{obj}\bar{u}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{u}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow \dot{\neg}\{\{\underline{x},\underline{x}\},\{\underline{x},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{ph\in\cup\{\{\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{x}\}\}\in\underline{r}\},\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{x}\}\}\in\underline{r}\}\},\{\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\},\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\}\}\}\mid\dot{\neg}c_{Ph}\in\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{x}\}\}\in\underline{r}\}\Rightarrow\dot{\neg}c_{Ph}\in\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\}\}=\emptyset \rhd \underline{x}\in\underline{bs}\rhd\underline{y}\in\underline{bs}\rhd\dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s}\in\underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\}\in\underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\forall_{obj}\bar{u}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{u}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\gg \dot{\neg}\{\{\underline{x},\underline{x}\},\{\underline{x},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{ph\in\cup\{\{\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{x}\}\}\in\underline{r}\},\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{x}\}\}\in\underline{r}\}\},\{\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\},\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\}\}\}\mid\dot{\neg}c_{Ph}\in\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{x}\}\}\in\underline{r}\}\Rightarrow\dot{\neg}c_{Ph}\in\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\}\}=\emptyset\rceil, p_0, c)$]

[NoneEqNecessary $\overset{\text{stmt}}{\rightarrow}$ $\mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{r}\colon \forall \underline{x}\colon \forall \underline{y}\colon \forall \underline{bs}\colon \lceil \bar{s}\rceil \#^0 \lceil \underline{r}\rceil \Vdash \lceil \bar{s}\rceil \#^0 \lceil \underline{bs}\rceil \Vdash \lceil \bar{t}\rceil \#^0 \lceil \underline{r}\rceil \Vdash \lceil \bar{t}\rceil \#^0 \lceil \underline{bs}\rceil \Vdash \lceil \bar{u}\rceil \#^0 \lceil \underline{r}\rceil \Vdash \lceil \bar{u}\rceil \#^0 \lceil \underline{bs}\rceil \Vdash \underline{x} \in \underline{bs} \vdash \underline{y} \in \underline{bs} \vdash \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s}\in\underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\}\in\underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\forall_{obj}\bar{u}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{u}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\vdash \dot{\neg}\{\{\underline{x},\underline{x}\},\{\underline{x},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{ph\in\cup\{\{\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{x}\}\}\in\underline{r}\},\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{x}\}\}\in\underline{r}\}\},\{\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\},\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\}\}\}\mid\dot{\neg}c_{Ph}\in\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{x}\}\}\in\underline{r}\}\Rightarrow\dot{\neg}c_{Ph}\in\{ph\in\underline{bs}\mid\{\{a_{Ph},a_{Ph}\},\{a_{Ph},\underline{y}\}\}\in\underline{r}\}\}=\emptyset$]

[NoneEqNecessary $\overset{\text{tex}}{\rightarrow}$ "NoneEqNecessary"]

[NoneEqNecessary $\overset{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma none-equivalence nec condition"]

EqClassIsSubset

[EqClassIsSubset $\overset{\text{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \vdash \mathrm{Sep2Formula} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \gg \dot{\neg} \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg} \{\{\underline{\mathsf{s}}, \underline{\mathsf{s}}\}, \{\underline{\mathsf{s}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}; \mathrm{FirstConjunct} \rhd \dot{\neg} \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg} \{\{\underline{\mathsf{s}}, \underline{\mathsf{s}}\}, \{\underline{\mathsf{s}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}}; \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \mathrm{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \vdash \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}}\rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})$]

[EqClassIsSubset $\overset{\text{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}}$]

[EqClassIsSubset $\overset{\text{tex}}{\rightarrow}$ "EqClassIsSubset"]

[EqClassIsSubset $\overset{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma equivalence class is subset"]

EqClassesAreDisjoint

[EqClassesAreDisjoint $\overset{\text{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}}\rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}}\rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}}\rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}}\rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}}\rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}}\rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \vdash \underline{\mathsf{y}} \in \underline{\mathsf{bs}} \vdash \dot{\neg}\dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \dot{\neg} \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \vdash \mathrm{EqNecessary} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}}\rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}}\rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}}\rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}}\rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{u}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}}\rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{u}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}}\rceil \rhd \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \rhd \underline{\mathsf{y}} \in \underline{\mathsf{bs}} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}; \mathrm{MT} \rhd \{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \rhd \dot{\neg} \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \gg \dot{\neg} \{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}; \mathrm{NoneEqNecessary} \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}}\rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{s}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}}\rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}}\rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{t}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}}\rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{u}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}}\rceil \unrhd \lceil \bar{\mathsf{u}}\rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}}\rceil \rhd \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \rhd \underline{\mathsf{y}} \in \underline{\mathsf{bs}} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \dot{\neg} \{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\mathrm{ph} \in \cup \{\{\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}, \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}, \{\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}, \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}\} \mid \dot{\neg} \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg} \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\} = \emptyset; \mathrm{MP} \rhd \dot{\neg} \{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\mathrm{ph} \in \cup \{\{\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}, \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}, \{\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}, \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}\} \mid \dot{\neg} \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in$

$\underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\} = \emptyset \rhd \dot{\neg}\, \{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \gg \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}, \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}, \{\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}, \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}\} \mid \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\} = \emptyset\rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{EqClassesAreDisjoint} \overset{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \underline{\mathsf{x}} \in \underline{\mathsf{bs}} \vdash \underline{\mathsf{y}} \in \underline{\mathsf{bs}} \vdash \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \dot{\neg}\, \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \vdash \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}, \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}, \{\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}, \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\}\} \mid \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{x}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}\} = \emptyset]$

$[\mathrm{EqClassesAreDisjoint} \overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "EqClassesAreDisjoint"$]$

$[\mathrm{EqClassesAreDisjoint} \overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma equivalence classes are disjoint"$]$

AllDisjoint

$[\mathrm{AllDisjoint} \overset{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \overline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \overline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \overline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \overline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \overline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \overline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}} \vdash \bar{\mathsf{x}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{\mathsf{bs}}) \mid \dot{\neg}\, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \overline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \vdash \bar{\mathsf{y}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{\mathsf{bs}}) \mid \dot{\neg}\, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \overline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \vdash \dot{\neg}\, \bar{\mathsf{x}} = \bar{\mathsf{y}} \vdash \mathrm{Sep2Formula} \rhd \bar{\mathsf{x}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{\mathsf{bs}}) \mid \dot{\neg}\, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \overline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \gg \dot{\neg}\, \bar{\mathsf{x}} \in \mathrm{P}(\overline{\mathsf{bs}}) \Rightarrow \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}} \in \overline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \bar{\mathsf{x}}; \mathrm{SecondConjunct} \rhd \dot{\neg}\, \bar{\mathsf{x}} \in \mathrm{P}(\overline{\mathsf{bs}}) \Rightarrow \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}} \in \overline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \bar{\mathsf{x}} \gg \dot{\neg}\, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}} \in \overline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \bar{\mathsf{x}}; \mathrm{FirstConjunct} \rhd \dot{\neg}\, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}} \in \overline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \bar{\mathsf{x}} \gg \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}} \in \overline{\mathsf{bs}}; \mathrm{SecondConjunct} \rhd \dot{\neg}\, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}} \in \overline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \bar{\mathsf{x}} \gg \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \bar{\mathsf{x}}; {=}\mathrm{Symmetry} \rhd \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \bar{\mathsf{x}} \gg \bar{\mathsf{x}} = \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\}; \mathrm{Sep2Formula} \rhd \bar{\mathsf{y}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{\mathsf{bs}}) \mid \dot{\neg}\, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \overline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \gg \dot{\neg}\, \bar{\mathsf{y}} \in \mathrm{P}(\overline{\mathsf{bs}}) \Rightarrow \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}} \in \overline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \bar{\mathsf{y}}; \mathrm{SecondConjunct} \rhd \dot{\neg}\, \bar{\mathsf{y}} \in \mathrm{P}(\overline{\mathsf{bs}}) \Rightarrow \dot{\neg}\, \dot{\neg}\, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}} \in \overline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \bar{\mathsf{y}} \gg \dot{\neg}\, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}} \in \overline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \bar{\mathsf{y}}; \mathrm{FirstConjunct} \rhd \dot{\neg}\, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}} \in \overline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} = \bar{\mathsf{y}} \gg \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}} \in \overline{\mathsf{bs}}; \mathrm{SecondConjunct} \rhd \dot{\neg}\, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}} \in \overline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\, \{\mathrm{ph} \in \overline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{b}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{\mathsf{r}}\} =$

$\bar{y} \gg \{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, b_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = \bar{y}; = \mathrm{Symmetry} \rhd \{ph \in \overline{bs} \mid$
$\{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, b_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = \bar{y} \gg \bar{y} = \{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, b_{Ex}\}\} \in$
$\bar{r}\}; \mathrm{TransferNotEq} \rhd \dot{\neg}\, \bar{x} = \bar{y} \rhd \bar{x} = \{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, a_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} \rhd \bar{y} =$
$\{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, b_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} \gg \dot{\neg} \{ph \in \overline{bs} \mid$
$\{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, a_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = \{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, b_{Ex}\}\} \in$
$\bar{r}\}; \mathrm{EqClassesAreDisjoint} \rhd a_{Ex} \in \overline{bs} \rhd b_{Ex} \in \overline{bs} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg} \forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow$
$\{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow$
$\{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{s}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \dot{\neg} \forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \forall_{obj}\bar{u}\colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \overline{bs} \Rightarrow$
$\{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{u}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{u}\}\} \in \bar{r} \rhd \dot{\neg} \{ph \in \overline{bs} \mid$
$\{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, a_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = \{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, b_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} \gg$
$\{ph \in \cup\{\{\{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, a_{Ex}\}\} \in \bar{r}\}, \{ph \in \overline{bs} \mid$
$\{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, a_{Ex}\}\} \in \bar{r}\}\}, \{\{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, b_{Ex}\}\} \in \bar{r}\}, \{ph \in$
$\overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, b_{Ex}\}\} \in \bar{r}\}\}\} \mid \dot{\neg}\, c_{Ph} \in \{ph \in \overline{bs} \mid$
$\{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, a_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, c_{Ph} \in \{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, b_{Ex}\}\} \in$
$\bar{r}\}\} = \emptyset; \mathrm{SameIntersection} \rhd \bar{x} = \{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, a_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} \rhd \bar{y} =$
$\{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, b_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} \gg \{ph \in \cup\{\{\bar{x}, \bar{x}\}, \{\bar{y}, \bar{y}\}\} \mid \dot{\neg}\, c_{Ph} \in \bar{x} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\, c_{Ph} \in \bar{y}\} = \{ph \in \cup\{\{\{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, a_{Ex}\}\} \in \bar{r}\}, \{ph \in \overline{bs} \mid$
$\{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, a_{Ex}\}\} \in \bar{r}\}\}, \{\{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, b_{Ex}\}\} \in \bar{r}\}, \{ph \in$
$\overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, b_{Ex}\}\} \in \bar{r}\}\}\} \mid \dot{\neg}\, c_{Ph} \in \{ph \in \overline{bs} \mid$
$\{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, a_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, c_{Ph} \in \{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, b_{Ex}\}\} \in$
$\bar{r}\}\}; = \mathrm{Transitivity} \rhd \{ph \in \cup\{\{\bar{x}, \bar{x}\}, \{\bar{y}, \bar{y}\}\} \mid \dot{\neg}\, c_{Ph} \in \bar{x} \Rightarrow \dot{\neg}\, c_{Ph} \in \bar{y}\} = \{ph \in$
$\cup\{\{\{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, a_{Ex}\}\} \in \bar{r}\}, \{ph \in \overline{bs} \mid$
$\{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, a_{Ex}\}\} \in \bar{r}\}\}, \{\{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, b_{Ex}\}\} \in \bar{r}\}, \{ph \in$
$\overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, b_{Ex}\}\} \in \bar{r}\}\}\} \mid \dot{\neg}\, c_{Ph} \in \{ph \in \overline{bs} \mid$
$\{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, a_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, c_{Ph} \in \{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, b_{Ex}\}\} \in$
$\bar{r}\}\} \rhd \{ph \in \cup\{\{\{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, a_{Ex}\}\} \in \bar{r}\}, \{ph \in \overline{bs} \mid$
$\{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, a_{Ex}\}\} \in \bar{r}\}\}, \{\{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, b_{Ex}\}\} \in \bar{r}\}, \{ph \in$
$\overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, b_{Ex}\}\} \in \bar{r}\}\}\} \mid \dot{\neg}\, c_{Ph} \in \{ph \in \overline{bs} \mid$
$\{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, a_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} \Rightarrow \dot{\neg}\, c_{Ph} \in \{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, b_{Ex}\}\} \in$
$\bar{r}\}\} = \emptyset \gg \{ph \in \cup\{\{\bar{x}, \bar{x}\}, \{\bar{y}, \bar{y}\}\} \mid \dot{\neg}\, c_{Ph} \in \bar{x} \Rightarrow \dot{\neg}\, c_{Ph} \in \bar{y}\} = \emptyset\rceil, p_0, c)]$

$[\mathrm{AllDisjoint} \stackrel{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \dot{\neg}\dot{\neg} \forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow$
$\dot{\neg} \forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{s}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow$
$\dot{\neg} \forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \forall_{obj}\bar{u}\colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow$
$\{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{u}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{u}\}\} \in \bar{r} \vdash \bar{x} \in \{ph \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg}\, t_{Ex} \in \overline{bs} \Rightarrow$
$\dot{\neg} \{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = b_{Ph}\} \vdash \bar{y} \in \{ph \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg}\, t_{Ex} \in$
$\overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg} \{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = b_{Ph}\} \vdash \dot{\neg}\, \bar{x} = \bar{y} \vdash \{ph \in$
$\cup\{\{\bar{x}, \bar{x}\}, \{\bar{y}, \bar{y}\}\} \mid \dot{\neg}\, c_{Ph} \in \bar{x} \Rightarrow \dot{\neg}\, c_{Ph} \in \bar{y}\} = \emptyset]$

$[\mathrm{AllDisjoint} \stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ “AllDisjoint”]

$[\mathrm{AllDisjoint} \stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ “lemma all disjoint”]

AllDisjointImply

$[\mathrm{AllDisjointImply} \overset{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \dot\neg\dot\neg \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot\neg \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot\neg \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \underline{\mathsf{x}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot\neg \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot\neg \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \vdash \underline{\mathsf{y}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot\neg \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot\neg \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \vdash \dot\neg \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \vdash \mathrm{CheatAllDisjoint} \rhd \dot\neg\dot\neg \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot\neg \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot\neg \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \rhd \underline{\mathsf{x}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot\neg \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot\neg \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \rhd \underline{\mathsf{y}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot\neg \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot\neg \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \rhd \dot\neg \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \gg \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \mid \dot\neg \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot\neg \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \underline{\mathsf{y}}\} = \emptyset; \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \mathrm{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \dot\neg\dot\neg \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot\neg \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot\neg \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \underline{\mathsf{x}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot\neg \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot\neg \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \vdash \underline{\mathsf{y}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot\neg \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot\neg \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \vdash \dot\neg \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \vdash \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \mid \dot\neg \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot\neg \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \underline{\mathsf{y}}\} = \emptyset \gg \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \dot\neg\dot\neg \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot\neg \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot\neg \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \underline{\mathsf{x}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot\neg \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot\neg \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \underline{\mathsf{y}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot\neg \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot\neg \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \dot\neg \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \mid \dot\neg \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot\neg \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \underline{\mathsf{y}}\} = \emptyset \rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{AllDisjointImply} \overset{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{x}}\colon \forall \underline{\mathsf{y}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \dot\neg\dot\neg \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot\neg \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot\neg \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}} \bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{t}}\}, \{\bar{\mathsf{t}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{s}}\}, \{\bar{\mathsf{s}}, \bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \underline{\mathsf{x}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot\neg \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot\neg \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \underline{\mathsf{y}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot\neg \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot\neg \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\}, \{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}, \mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \dot\neg \underline{\mathsf{x}} = \underline{\mathsf{y}} \Rightarrow \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\underline{\mathsf{x}}, \underline{\mathsf{x}}\}, \{\underline{\mathsf{y}}, \underline{\mathsf{y}}\}\} \mid \dot\neg \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \underline{\mathsf{x}} \Rightarrow \dot\neg \mathsf{c}_{\mathrm{Ph}} \in \underline{\mathsf{y}}\} = \emptyset]$

[AllDisjointImply $\overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ “AllDisjointImply”]

[AllDisjointImply $\overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ “lemma all disjoint-imply”]

BSsubset

$[\mathrm{BSsubset} \stackrel{\mathrm{proof}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{c}.\lambda \mathsf{x}.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash$
$\dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \vdash$
$\mathrm{AutoMember} \rhd\!\!\rhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \rhd\!\!\rhd \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}; \mathrm{EqClassIsSubset} \gg \bar{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}}; \mathrm{SubsetInPower} \rhd \bar{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \Rightarrow \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \gg \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \in$
$\mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}); {=}\mathrm{Reflexivity} \gg \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\}; \mathrm{JoinConjuncts} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \rhd \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \gg \dot{\neg}\underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{s}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}\}; \mathrm{ExistIntro} @ \mathsf{a}_{\mathrm{Ex}} @ \underline{\mathsf{s}} \rhd \dot{\neg}\underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} =$
$\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \gg \dot{\neg}\mathsf{a}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{s}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}\}; \mathrm{Formula2Sep} \rhd \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \rhd \dot{\neg}\mathsf{a}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{s}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}\} \gg \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot{\neg}\mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\}; \mathrm{ExistIntro} @ \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} @\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \gg \underline{\mathsf{s}} \in$
$\mathsf{j}_{\mathrm{Ex}}; \mathrm{ExistIntro} @ \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} @\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \rhd \{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\underline{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot{\neg}\mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \gg \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot{\neg}\mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\}; \mathrm{Formula2Union} \rhd \underline{\mathsf{s}} \in$
$\mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} \rhd \mathsf{j}_{\mathrm{Ex}} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot{\neg}\mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \gg \underline{\mathsf{s}} \in \cup\{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot{\neg}\mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\}; \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \mathrm{Ded} \rhd \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash$
$\lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \vdash$
$\underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \vdash \underline{\mathsf{s}} \in \cup\{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot{\neg}\mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid \{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in$
$\underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\} \gg \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash$
$\lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{u}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in$
$\underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{u}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{u}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\underline{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \underline{\mathsf{s}} \in \cup\{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{\mathsf{bs}}) \mid \dot{\neg}\mathsf{t}_{\mathrm{Ex}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \underline{\mathsf{bs}} \mid$
$\{\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}}\},\{\mathsf{a}_{\mathrm{Ph}},\mathsf{t}_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}}\} = \mathsf{b}_{\mathrm{Ph}}\}\rceil, \mathrm{p}_0, \mathsf{c})]$

$[\mathrm{BSsubset} \stackrel{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{\mathsf{r}}\colon \forall \underline{\mathsf{s}}\colon \forall \underline{\mathsf{bs}}\colon \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{s}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash$
$\lceil \bar{\mathsf{t}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{r}} \rceil \Vdash \lceil \bar{\mathsf{u}} \rceil \#^0 \lceil \underline{\mathsf{bs}} \rceil \Vdash \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{s}}\colon \forall_{\mathrm{obj}}\bar{\mathsf{t}}\colon \bar{\mathsf{s}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \bar{\mathsf{t}} \in \underline{\mathsf{bs}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{s}}\},\{\bar{\mathsf{s}},\bar{\mathsf{t}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow \{\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{t}}\},\{\bar{\mathsf{t}},\bar{\mathsf{s}}\}\} \in \underline{\mathsf{r}} \Rightarrow$

$\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\forall_{obj}\bar{u}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{u}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\underline{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\underline{s}\in\cup\{\mathrm{ph}\in\mathrm{P}(\underline{bs})\mid\dot{\neg}\,t_{\mathrm{Ex}}\in\underline{bs}\Rightarrow\dot{\neg}\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\}\in\underline{r}\}=b_{\mathrm{Ph}}\}]$

[BSsubset $\stackrel{\text{tex}}{\to}$ "BSsubset"]

[BSsubset $\stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "lemma bs subset union(bs/r)"]

Union(BS/R)subset

[Union(BS/R)subset $\stackrel{\text{proof}}{\to}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub}\vdash\forall\underline{r}\colon\forall\underline{s}\colon\forall\underline{bs}\colon\lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\Vdash\dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\forall_{obj}\bar{u}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{u}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\vdash\underline{s}\in\cup\{\mathrm{ph}\in\mathrm{P}(\underline{bs})\mid\dot{\neg}\,t_{\mathrm{Ex}}\in\underline{bs}\Rightarrow\dot{\neg}\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\}\in\underline{r}\}=b_{\mathrm{Ph}}\}\vdash \mathrm{Union2Formula}\rhd\underline{s}\in\cup\{\mathrm{ph}\in\mathrm{P}(\underline{bs})\mid\dot{\neg}\,t_{\mathrm{Ex}}\in\underline{bs}\Rightarrow\dot{\neg}\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\}\in\underline{r}\}=b_{\mathrm{Ph}}\}\gg\dot{\neg}\underline{s}\in j_{\mathrm{Ex}}\Rightarrow\dot{\neg}j_{\mathrm{Ex}}\in\{\mathrm{ph}\in\mathrm{P}(\underline{bs})\mid\dot{\neg}\,t_{\mathrm{Ex}}\in\underline{bs}\Rightarrow\dot{\neg}\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\}\in\underline{r}\}=b_{\mathrm{Ph}}\};\mathrm{FirstConjunct}\rhd\dot{\neg}\underline{s}\in j_{\mathrm{Ex}}\Rightarrow\dot{\neg}j_{\mathrm{Ex}}\in\{\mathrm{ph}\in\mathrm{P}(\underline{bs})\mid\dot{\neg}\,t_{\mathrm{Ex}}\in\underline{bs}\Rightarrow\dot{\neg}\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\}\in\underline{r}\}=b_{\mathrm{Ph}}\}\gg\underline{s}\in j_{\mathrm{Ex}};\mathrm{SecondConjunct}\rhd\dot{\neg}\underline{s}\in j_{\mathrm{Ex}}\Rightarrow\dot{\neg}j_{\mathrm{Ex}}\in\{\mathrm{ph}\in\mathrm{P}(\underline{bs})\mid\dot{\neg}\,t_{\mathrm{Ex}}\in\underline{bs}\Rightarrow\dot{\neg}\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\}\in\underline{r}\}=b_{\mathrm{Ph}}\}\gg j_{\mathrm{Ex}}\in\{\mathrm{ph}\in\mathrm{P}(\underline{bs})\mid\dot{\neg}\,t_{\mathrm{Ex}}\in\underline{bs}\Rightarrow\dot{\neg}\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\}\in\underline{r}\}=b_{\mathrm{Ph}}\};\mathrm{Sep2Formula}\rhd j_{\mathrm{Ex}}\in\{\mathrm{ph}\in\mathrm{P}(\underline{bs})\mid\dot{\neg}\,t_{\mathrm{Ex}}\in\underline{bs}\Rightarrow\dot{\neg}\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\}\in\underline{r}\}=b_{\mathrm{Ph}}\}\gg\dot{\neg}j_{\mathrm{Ex}}\in\mathrm{P}(\underline{bs})\Rightarrow\dot{\neg}\dot{\neg}a_{\mathrm{Ex}}\in\underline{bs}\Rightarrow\dot{\neg}\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ex}}\}\}\in\underline{r}\}=j_{\mathrm{Ex}};\mathrm{FirstConjunct}\rhd\dot{\neg}j_{\mathrm{Ex}}\in\mathrm{P}(\underline{bs})\Rightarrow\dot{\neg}\dot{\neg}a_{\mathrm{Ex}}\in\underline{bs}\Rightarrow\dot{\neg}\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ex}}\}\}\in\underline{r}\}=j_{\mathrm{Ex}}\gg j_{\mathrm{Ex}}\in\mathrm{P}(\underline{bs});(\mathrm{Switch})\mathrm{PowerIsSub}\unrhd\lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\rhd j_{\mathrm{Ex}}\in\mathrm{P}(\underline{bs})\gg\bar{s}\in j_{\mathrm{Ex}}\Rightarrow\bar{s}\in\underline{bs};\mathrm{Gen}\rhd\bar{s}\in j_{\mathrm{Ex}}\Rightarrow\bar{s}\in\underline{bs}\gg\forall_{obj}\bar{s}\colon\bar{s}\in j_{\mathrm{Ex}}\Rightarrow\bar{s}\in\underline{bs};(\mathrm{Switch})\mathrm{HelperPowerIsSub}\unrhd\lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\gg\forall_{obj}\bar{s}\colon\bar{s}\in j_{\mathrm{Ex}}\Rightarrow\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\underline{s}\in j_{\mathrm{Ex}}\Rightarrow\underline{s}\in\underline{bs};\mathrm{MP2}\rhd\forall_{obj}\bar{s}\colon\bar{s}\in j_{\mathrm{Ex}}\Rightarrow\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\underline{s}\in j_{\mathrm{Ex}}\Rightarrow\underline{s}\in\underline{bs}\rhd\forall_{obj}\bar{s}\colon\bar{s}\in j_{\mathrm{Ex}}\Rightarrow\bar{s}\in\underline{bs}\rhd\underline{s}\in j_{\mathrm{Ex}}\gg\underline{s}\in\underline{bs};\forall\underline{r}\colon\forall\underline{s}\colon\forall\underline{bs}\colon\mathrm{Ded}\rhd\forall\underline{r}\colon\forall\underline{s}\colon\forall\underline{bs}\colon\lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\Vdash\dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\forall_{obj}\bar{u}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{u}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\vdash\underline{s}\in\cup\{\mathrm{ph}\in\mathrm{P}(\underline{bs})\mid\dot{\neg}\,t_{\mathrm{Ex}}\in\underline{bs}\Rightarrow\dot{\neg}\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\}\in\underline{r}\}=b_{\mathrm{Ph}}\}\vdash\underline{s}\in\underline{bs}\gg\lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\Vdash\lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil\Vdash\lceil\bar{t}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil\Vdash\lceil\bar{t}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\Vdash\lceil\bar{u}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil\Vdash\lceil\bar{u}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\Vdash\dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon\forall_{obj}\bar{t}\colon\forall_{obj}\bar{u}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{t}\in\underline{bs}\Rightarrow\bar{u}\in\underline{bs}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\}\in\underline{r}\Rightarrow\underline{s}\in\cup\{\mathrm{ph}\in\mathrm{P}(\underline{bs})\mid\dot{\neg}\,t_{\mathrm{Ex}}\in\underline{bs}\Rightarrow\dot{\neg}\{\mathrm{ph}\in\underline{bs}\mid\{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\}\in\underline{r}\}=b_{\mathrm{Ph}}\}\Rightarrow\underline{s}\in\underline{bs}\rceil,\mathrm{p}_0,c)]$

[Union(BS/R)subset $\stackrel{\text{stmt}}{\to}$ $\mathrm{ZFsub}\vdash\forall\underline{r}\colon\forall\underline{s}\colon\forall\underline{bs}\colon\lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\Vdash\lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil\Vdash\lceil\bar{t}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil\Vdash\lceil\bar{t}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\Vdash\lceil\bar{u}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil\Vdash\lceil\bar{u}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil\Vdash\dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon\bar{s}\in\underline{bs}\Rightarrow$

$\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow$
$\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \forall_{obj}\bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow$
$\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \underline{s} \in \cup\{\mathrm{ph} \in$
$\mathrm{P}(\underline{bs}) \mid \dot{\neg}\, t_{\mathrm{Ex}} \in \underline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\,\{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \underline{s} \in \underline{bs}]$

[Union(BS/R)subset $\overset{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "Union(BS/R)subset"]

[Union(BS/R)subset $\overset{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "lemma union(bs/r) subset bs"]

UnionIdentity

[UnionIdentity $\overset{\mathrm{proof}}{\rightarrow}$ $\lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \forall \underline{r}\colon \forall \underline{bs}\colon \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \Vdash$
$\lceil\bar{t}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil \Vdash \lceil\bar{t}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \lceil\bar{u}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil \Vdash \lceil\bar{u}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow$
$\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow$
$\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \forall_{obj}\bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow$
$\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \vdash \mathrm{BSsubset} \unrhd$
$\lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil \unrhd \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \unrhd \lceil\bar{t}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil \unrhd \lceil\bar{t}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \unrhd \lceil\bar{u}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil \unrhd \lceil\bar{u}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \gg$
$\dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow$
$\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \forall_{obj}\bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow$
$\bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \bar{s} \in$
$\underline{bs} \Rightarrow \bar{s} \in \cup\{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{bs}) \mid \dot{\neg}\, t_{\mathrm{Ex}} \in \underline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\,\{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in$
$\underline{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\}; \mathrm{MP} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow$
$\bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \forall_{obj}\bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow$
$\bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\} \in$
$\underline{r} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{s} \in \cup\{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{bs}) \mid \dot{\neg}\, t_{\mathrm{Ex}} \in \underline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\,\{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid$
$\{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \forall_{obj}\bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow$
$\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \gg \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{s} \in \cup\{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{bs}) \mid \dot{\neg}\, t_{\mathrm{Ex}} \in$
$\underline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\,\{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\}; \mathrm{Union(BS/R)subset} \unrhd$
$\lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \unrhd \lceil\bar{s}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil \unrhd \lceil\bar{t}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil \unrhd \lceil\bar{t}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \unrhd \lceil\bar{u}\rceil\#^0\lceil\underline{r}\rceil \unrhd \lceil\bar{u}\rceil\#^0\lceil\underline{bs}\rceil \gg$
$\dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow$
$\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \forall_{obj}\bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow$
$\bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \bar{s} \in$
$\cup\{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{bs}) \mid \dot{\neg}\, t_{\mathrm{Ex}} \in \underline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\,\{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{r}\} =$
$b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{bs}; \mathrm{MP} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s} \in$
$\underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \forall_{obj}\bar{u}\colon \bar{s} \in$
$\underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow$
$\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \bar{s} \in \cup\{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{bs}) \mid \dot{\neg}\, t_{\mathrm{Ex}} \in \underline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\,\{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid$
$\{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{bs} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow$
$\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow$
$\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \forall_{obj}\bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow$
$\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\} \in \underline{r} \gg \bar{s} \in \cup\{\mathrm{ph} \in$
$\mathrm{P}(\underline{bs}) \mid \dot{\neg}\, t_{\mathrm{Ex}} \in \underline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\,\{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \underline{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \bar{s} \in$
$\underline{bs}; \mathrm{ToSetEquality} \rhd \bar{s} \in \cup\{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\underline{bs}) \mid \dot{\neg}\, t_{\mathrm{Ex}} \in \underline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\,\{\mathrm{ph} \in \underline{bs} \mid$

$\{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \underline{r}\} = b_{Ph}\} \Rightarrow \bar{s} \in \underline{bs} \rhd \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{s} \in \cup\{ph \in P(\underline{bs}) \mid \dot\neg t_{Ex} \in \underline{bs} \Rightarrow \dot\neg\{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \underline{r}\} = b_{Ph}\} \gg \cup\{ph \in P(\underline{bs}) \mid \dot\neg t_{Ex} \in \underline{bs} \Rightarrow \dot\neg\{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \underline{r}\} = b_{Ph}\} = \underline{bs}\rceil, p_0, c)]$

$[\mathrm{UnionIdentity} \overset{\mathrm{stmt}}{\to} \mathrm{ZFsub} \vdash \forall\underline{r}\colon \forall\underline{bs}\colon \lceil\bar{s}\rceil \#^0 \lceil\underline{r}\rceil \Vdash \lceil\bar{s}\rceil \#^0 \lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \lceil\bar{t}\rceil \#^0 \lceil\underline{r}\rceil \Vdash \lceil\bar{t}\rceil \#^0 \lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \lceil\bar{u}\rceil \#^0 \lceil\underline{r}\rceil \Vdash \lceil\bar{u}\rceil \#^0 \lceil\underline{bs}\rceil \Vdash \dot\neg\dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{s}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \forall_{obj}\bar{u}\colon \bar{s} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \underline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \underline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{u}\}\} \in \underline{r} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{u}\}\} \in \underline{r} \vdash \cup\{ph \in P(\underline{bs}) \mid \dot\neg t_{Ex} \in \underline{bs} \Rightarrow \dot\neg\{ph \in \underline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \underline{r}\} = b_{Ph}\} = \underline{bs}]$

[UnionIdentity $\overset{\mathrm{tex}}{\to}$ "UnionIdentity"]

[UnionIdentity $\overset{\mathrm{pyk}}{\to}$ "lemma union(bs/r) is bs"]

EqSysIsPartition

$[\mathrm{EqSysIsPartition} \overset{\mathrm{proof}}{\to} \lambda c.\lambda x.\mathcal{P}(\lceil \mathrm{ZFsub} \vdash \dot\neg\dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{s}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \forall_{obj}\bar{u}\colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{u}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{u}\}\} \in \bar{r} \vdash \mathrm{EqSysNot}\emptyset \rhd \dot\neg\dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{s}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \forall_{obj}\bar{u}\colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{u}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{u}\}\} \in \bar{r} \gg \bar{x} \in \{ph \in P(\overline{bs}) \mid \dot\neg t_{Ex} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot\neg\{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = b_{Ph}\} \Rightarrow \dot\neg\bar{x} = \emptyset; \mathrm{Ded} \rhd \bar{x} \in \{ph \in P(\overline{bs}) \mid \dot\neg t_{Ex} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot\neg\{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = b_{Ph}\} \Rightarrow \dot\neg\bar{x} = \emptyset \gg \bar{s} \in \{ph \in P(\overline{bs}) \mid \dot\neg t_{Ex} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot\neg\{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = b_{Ph}\} \Rightarrow \dot\neg\bar{s} = \emptyset; \mathrm{Gen} \rhd \bar{s} \in \{ph \in P(\overline{bs}) \mid \dot\neg t_{Ex} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot\neg\{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = b_{Ph}\} \Rightarrow \dot\neg\bar{s} = \emptyset \gg \forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s} \in \{ph \in P(\overline{bs}) \mid \dot\neg t_{Ex} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot\neg\{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = b_{Ph}\} \Rightarrow \dot\neg\bar{s} = \emptyset; \mathrm{AllDisjointImply} \gg \dot\neg\dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{s}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \forall_{obj}\bar{u}\colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{u}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{u}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \bar{s} \in \{ph \in P(\overline{bs}) \mid \dot\neg t_{Ex} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot\neg\{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = b_{Ph}\} \Rightarrow \bar{t} \in \{ph \in P(\overline{bs}) \mid \dot\neg t_{Ex} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot\neg\{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = b_{Ph}\} \Rightarrow \dot\neg\bar{s} = \bar{t} \Rightarrow \{ph \in \cup\{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{t}, \bar{t}\}\} \mid \dot\neg c_{Ph} \in \bar{s} \Rightarrow \dot\neg c_{Ph} \in \bar{t}\} = \emptyset; \mathrm{MP} \rhd \dot\neg\dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{s}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \forall_{obj}\bar{u}\colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{u}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{u}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \bar{s} \in \{ph \in P(\overline{bs}) \mid \dot\neg t_{Ex} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot\neg\{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = b_{Ph}\} \Rightarrow \bar{t} \in \{ph \in P(\overline{bs}) \mid \dot\neg t_{Ex} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot\neg\{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = b_{Ph}\} \Rightarrow \dot\neg\bar{s} = \bar{t} \Rightarrow \{ph \in \cup\{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{t}, \bar{t}\}\} \mid \dot\neg c_{Ph} \in \bar{s} \Rightarrow \dot\neg c_{Ph} \in \bar{t}\} = \emptyset \rhd \dot\neg\dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \dot\neg\forall_{obj}\bar{s}\colon \forall_{obj}\bar{t}\colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow$

$\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}{:}\, \forall_{obj}\bar{t}{:}\, \forall_{obj}\bar{u}{:}\, \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \overline{bs} \Rightarrow$
$\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\} \in \bar{r} \gg \bar{s} \in \{\mathrm{ph} \in$
$\mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \bar{t} \in$
$\{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\bar{s} = \bar{t} \Rightarrow \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{t},\bar{t}\}\} \mid \dot{\neg} c_{\mathrm{Ph}} \in \bar{s} \Rightarrow \dot{\neg} c_{\mathrm{Ph}} \in \bar{t}\} = \emptyset; \mathrm{Gen} \rhd \bar{s} \in \{\mathrm{ph} \in$
$\mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \bar{t} \in$
$\{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\bar{s} = \bar{t} \Rightarrow \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{t},\bar{t}\}\} \mid \dot{\neg} c_{\mathrm{Ph}} \in \bar{s} \Rightarrow \dot{\neg} c_{\mathrm{Ph}} \in \bar{t}\} = \emptyset \gg \forall_{obj}\bar{t}{:}\, \bar{s} \in \{\mathrm{ph} \in$
$\mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \bar{t} \in$
$\{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\bar{s} = \bar{t} \Rightarrow \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{t},\bar{t}\}\} \mid \dot{\neg} c_{\mathrm{Ph}} \in \bar{s} \Rightarrow \dot{\neg} c_{\mathrm{Ph}} \in \bar{t}\} = \emptyset; \mathrm{Gen} \rhd \forall_{obj}\bar{t}{:}\, \bar{s} \in$
$\{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow$
$\bar{t} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} =$
$b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\bar{s} = \bar{t} \Rightarrow \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{t},\bar{t}\}\} \mid \dot{\neg} c_{\mathrm{Ph}} \in \bar{s} \Rightarrow \dot{\neg} c_{\mathrm{Ph}} \in \bar{t}\} = \emptyset \gg$
$\forall_{obj}\bar{s}{:}\, \forall_{obj}\bar{t}{:}\, \bar{s} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid$
$\{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \bar{t} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in$
$\overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\bar{s} = \bar{t} \Rightarrow \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{t},\bar{t}\}\} \mid$
$\dot{\neg} c_{\mathrm{Ph}} \in \bar{s} \Rightarrow \dot{\neg} c_{\mathrm{Ph}} \in \bar{t}\} = \emptyset; \mathrm{UnionIdentity} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}{:}\, \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{s}\}\} \in$
$\bar{r} \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}{:}\, \forall_{obj}\bar{t}{:}\, \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{s}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}{:}\, \forall_{obj}\bar{t}{:}\, \forall_{obj}\bar{u}{:}\, \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{t}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow$
$\{\{\bar{t},\bar{t}\},\{\bar{t},\bar{u}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{s},\bar{u}\}\} \in \bar{r} \gg \cup\{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in$
$\overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} = \overline{bs}; \mathrm{JoinConjuncts} \rhd \forall_{obj}\bar{s}{:}\, \bar{s} \in \{\mathrm{ph} \in$
$\mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\bar{s} =$
$\emptyset \rhd \forall_{obj}\bar{s}{:}\, \forall_{obj}\bar{t}{:}\, \bar{s} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid$
$\{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \bar{t} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in$
$\overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\bar{s} = \bar{t} \Rightarrow \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{t},\bar{t}\}\} \mid$
$\dot{\neg} c_{\mathrm{Ph}} \in \bar{s} \Rightarrow \dot{\neg} c_{\mathrm{Ph}} \in \bar{t}\} = \emptyset \gg \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}{:}\, \bar{s} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in$
$\overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\bar{s} = \emptyset \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}{:}\, \forall_{obj}\bar{t}{:}\, \bar{s} \in \{\mathrm{ph} \in$
$\mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \bar{t} \in$
$\{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\bar{s} = \bar{t} \Rightarrow \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{t},\bar{t}\}\} \mid \dot{\neg} c_{\mathrm{Ph}} \in \bar{s} \Rightarrow \dot{\neg} c_{\mathrm{Ph}} \in \bar{t}\} =$
$\emptyset; \mathrm{JoinConjuncts} \rhd \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}{:}\, \bar{s} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid$
$\{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\bar{s} = \emptyset \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}{:}\, \forall_{obj}\bar{t}{:}\, \bar{s} \in \{\mathrm{ph} \in$
$\mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \bar{t} \in$
$\{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\bar{s} = \bar{t} \Rightarrow \{\mathrm{ph} \in \cup\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{t},\bar{t}\}\} \mid \dot{\neg} c_{\mathrm{Ph}} \in \bar{s} \Rightarrow \dot{\neg} c_{\mathrm{Ph}} \in \bar{t}\} = \emptyset \rhd \cup\{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid$
$\dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} = \overline{bs} \gg$
$\dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}{:}\, \bar{s} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in$
$\bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\bar{s} = \emptyset \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}{:}\, \forall_{obj}\bar{t}{:}\, \bar{s} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in$
$\overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \bar{t} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \dot{\neg}\bar{s} = \bar{t} \Rightarrow \{\mathrm{ph} \in$
$\cup\{\{\bar{s},\bar{s}\},\{\bar{t},\bar{t}\}\} \mid \dot{\neg} c_{\mathrm{Ph}} \in \bar{s} \Rightarrow \dot{\neg} c_{\mathrm{Ph}} \in \bar{t}\} = \emptyset \Rightarrow \dot{\neg} \cup \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} = \overline{bs}; \mathrm{Repetition} \rhd \dot{\neg}\dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}{:}\, \bar{s} \in$
$\{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid \{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow$
$\dot{\neg}\bar{s} = \emptyset \Rightarrow \dot{\neg}\forall_{obj}\bar{s}{:}\, \forall_{obj}\bar{t}{:}\, \bar{s} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in \overline{bs} \mid$
$\{\{a_{\mathrm{Ph}},a_{\mathrm{Ph}}\},\{a_{\mathrm{Ph}},t_{\mathrm{Ex}}\}\} \in \bar{r}\} = b_{\mathrm{Ph}}\} \Rightarrow \bar{t} \in \{\mathrm{ph} \in \mathrm{P}(\overline{bs}) \mid \dot{\neg} t_{\mathrm{Ex}} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot{\neg}\{\mathrm{ph} \in$

$\overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = b_{Ph}\} \Rightarrow \dot\neg \bar{s} = \bar{t} \Rightarrow \{ph \in \cup\{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{t}, \bar{t}\}\} \mid \dot\neg c_{Ph} \in \bar{s} \Rightarrow \dot\neg c_{Ph} \in \bar{t}\} = \emptyset \Rightarrow \dot\neg \cup \{ph \in P(\overline{bs}) \mid \dot\neg t_{Ex} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot\neg \{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = b_{Ph}\} = \overline{bs} \gg \dot\neg \dot\neg \forall_{obj} \bar{s} \colon \bar{s} \in \{ph \in P(\overline{bs}) \mid \dot\neg t_{Ex} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot\neg \{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = b_{Ph}\} \Rightarrow \dot\neg \bar{s} = \emptyset \Rightarrow \dot\neg \forall_{obj} \bar{s} \colon \forall_{obj} \bar{t} \colon \bar{s} \in \{ph \in P(\overline{bs}) \mid \dot\neg t_{Ex} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot\neg \{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = b_{Ph}\} \Rightarrow \bar{t} \in \{ph \in P(\overline{bs}) \mid \dot\neg t_{Ex} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot\neg \{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = b_{Ph}\} \Rightarrow \dot\neg \bar{s} = \bar{t} \Rightarrow \{ph \in \cup\{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{t}, \bar{t}\}\} \mid \dot\neg c_{Ph} \in \bar{s} \Rightarrow \dot\neg c_{Ph} \in \bar{t}\} = \emptyset \Rightarrow \dot\neg \cup \{ph \in P(\overline{bs}) \mid \dot\neg t_{Ex} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot\neg \{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = b_{Ph}\} = \overline{bs}\rceil, p_0, c)]$

$[\mathrm{EqSysIsPartition} \stackrel{\mathrm{stmt}}{\rightarrow} \mathrm{ZFsub} \vdash \dot\neg \dot\neg \forall_{obj} \bar{s} \colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{s}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \dot\neg \forall_{obj} \bar{s} \colon \forall_{obj} \bar{t} \colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{s}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \dot\neg \forall_{obj} \bar{s} \colon \forall_{obj} \bar{t} \colon \forall_{obj} \bar{u} \colon \bar{s} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{t} \in \overline{bs} \Rightarrow \bar{u} \in \overline{bs} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{t}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{t}, \bar{t}\}, \{\bar{t}, \bar{u}\}\} \in \bar{r} \Rightarrow \{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{s}, \bar{u}\}\} \in \bar{r} \vdash \dot\neg \dot\neg \forall_{obj} \bar{s} \colon \bar{s} \in \{ph \in P(\overline{bs}) \mid \dot\neg t_{Ex} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot\neg \{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = b_{Ph}\} \Rightarrow \dot\neg \bar{s} = \emptyset \Rightarrow \dot\neg \forall_{obj} \bar{s} \colon \forall_{obj} \bar{t} \colon \bar{s} \in \{ph \in P(\overline{bs}) \mid \dot\neg t_{Ex} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot\neg \{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = b_{Ph}\} \Rightarrow \bar{t} \in \{ph \in P(\overline{bs}) \mid \dot\neg t_{Ex} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot\neg \{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = b_{Ph}\} \Rightarrow \dot\neg \bar{s} = \bar{t} \Rightarrow \{ph \in \cup\{\{\bar{s}, \bar{s}\}, \{\bar{t}, \bar{t}\}\} \mid \dot\neg c_{Ph} \in \bar{s} \Rightarrow \dot\neg c_{Ph} \in \bar{t}\} = \emptyset \Rightarrow \dot\neg \cup \{ph \in P(\overline{bs}) \mid \dot\neg t_{Ex} \in \overline{bs} \Rightarrow \dot\neg \{ph \in \overline{bs} \mid \{\{a_{Ph}, a_{Ph}\}, \{a_{Ph}, t_{Ex}\}\} \in \bar{r}\} = b_{Ph}\} = \overline{bs}]$

[EqSysIsPartition $\stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "EqSysIsPartition"]

[EqSysIsPartition $\stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "theorem eq-system is partition"]

$*/*$

$[bs/r \stackrel{\mathrm{macro}}{\rightarrow} \lambda t.\lambda s.\lambda c.\tilde{\mathcal{M}}_4(t, s, c, \lceil[bs/r \ddot{=} \{ph \in P(bs) \mid Ex_{20} \in bs \dot\wedge [Ex_{20} \in bs]_r = ph_2\}]\rceil)]$

[x/y $\stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "#1.
/ #2."]

[$*/*$ $\stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "eq-system of " modulo ""]

$* \cap *$

$[x \cap y \stackrel{\mathrm{macro}}{\rightarrow} \lambda t.\lambda s.\lambda c.\tilde{\mathcal{M}}_4(t, s, c, \lceil[x \cap y \ddot{=} \{ph \in x \cup y \mid ph_3 \in x \dot\wedge ph_3 \in y\}]\rceil)]$

[$x \cap y$ $\stackrel{\mathrm{tex}}{\rightarrow}$ "#1.
\cap #2."]

[$* \cap *$ $\stackrel{\mathrm{pyk}}{\rightarrow}$ "intersection " comma " end intersection"]

$\bigcup *$

$[\cup \mathsf{x} \stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "\cup #1."]

$[\cup * \stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "union " end union"]

$* \cup *$

$[\mathsf{x} \cup \mathsf{y} \stackrel{\text{macro}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t}, \mathsf{s}, \mathsf{c}, \lceil [\mathsf{x} \cup \mathsf{y} \ddot{=} \cup \{\{\mathsf{x}\}, \{\mathsf{y}\}\}] \rceil)]$

$[\mathsf{x} \cup \mathsf{y} \stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "#1.
\mathrel{\cup} #2."]

$[* \cup * \stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "binary-union " comma " end union"]

$\mathrm{P}(*)$

$[\mathrm{P}(\mathsf{x}) \stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "P(#1.
)"]

$[\mathrm{P}(*) \stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "power " end power"]

$\{*\}$

$[\{\mathsf{x}\} \stackrel{\text{macro}}{\rightarrow} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t}, \mathsf{s}, \mathsf{c}, \lceil [\{\mathsf{x}\} \ddot{=} \{\mathsf{x}, \mathsf{x}\}] \rceil)]$

$[\{\mathsf{x}\} \stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "\{#1.
\}"]

$[\{*\} \stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "zermelo singleton " end singleton"]

$\{*, *\}$

$[\{\mathsf{x}, \mathsf{y}\} \stackrel{\text{tex}}{\rightarrow}$ "\{#1.
, #2.
\}"]

$[\{*, *\} \stackrel{\text{pyk}}{\rightarrow}$ "zermelo pair " comma " end pair"]

$\langle *, * \rangle$

$[\langle \mathsf{x}, \mathsf{y} \rangle \stackrel{\text{macro}}{\to} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t}, \mathsf{s}, \mathsf{c}, \lceil [\langle \mathsf{x}, \mathsf{y} \rangle \ddot{=} \{\{\mathsf{x}\}, \{\mathsf{x}, \mathsf{y}\}\}] \rceil)]$

$[\langle \mathsf{x}, \mathsf{y} \rangle \stackrel{\text{tex}}{\to}$ "\langle #1.
, #2.
\rangle"]

$[\langle *, * \rangle \stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "zermelo ordered pair " comma " end pair"]

$* \in *$

$[\mathsf{x} \in \mathsf{y} \stackrel{\text{tex}}{\to}$ "#1.
\mathrel{\in} #2."]

$[* \in * \stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "" zermelo in ""]

$*(*, *)$

$[\mathsf{r}(\mathsf{x}, \mathsf{y}) \stackrel{\text{macro}}{\to} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t}, \mathsf{s}, \mathsf{c}, \lceil [\mathsf{r}(\mathsf{x}, \mathsf{y}) \ddot{=} \langle \mathsf{x}, \mathsf{y} \rangle \in \mathsf{r}] \rceil)]$

$[\mathsf{z}(\mathsf{x}, \mathsf{y}) \stackrel{\text{tex}}{\to}$ "#3.
(#1.
, #2.
)"]

$[*(*, *) \stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "" is related to " under ""]

$\mathrm{ReflRel}(*, *)$

$[\mathrm{ReflRel}(\mathsf{r}, \mathsf{x}) \stackrel{\text{macro}}{\to} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t}, \mathsf{s}, \mathsf{c}, \lceil [\mathrm{ReflRel}(\mathsf{r}, \mathsf{x}) \ddot{=} \forall s\colon (s \in \mathsf{x} \Rightarrow \mathsf{r}(s, s))] \rceil)]$

$[\mathrm{ReflRel}(\mathsf{r}, \mathsf{x}) \stackrel{\text{tex}}{\to}$ "ReflRel(#1.
, #2.
)"]

$[\mathrm{ReflRel}(*, *) \stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "" is reflexive relation in ""]

$\mathrm{SymRel}(*, *)$

$[\mathrm{SymRel}(\mathsf{r}, \mathsf{x}) \stackrel{\text{macro}}{\to} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t}, \mathsf{s}, \mathsf{c}, \lceil [\mathrm{SymRel}(\mathsf{r}, \mathsf{x}) \ddot{=} \forall s,$
$t\colon (s \in \mathsf{x} \Rightarrow t \in \mathsf{x} \Rightarrow \mathsf{r}(s, t) \Rightarrow \mathsf{r}(t, s))] \rceil)]$

[SymRel(r, x) $\stackrel{\text{tex}}{\to}$ "SymRel(#1.
, #2.
)"]

[SymRel(∗, ∗) $\stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "" is symmetric relation in """]

TransRel(∗, ∗)

[TransRel(r, x) $\stackrel{\text{macro}}{\to}$ $\lambda t.\lambda s.\lambda c.\tilde{\mathcal{M}}_4(t, s, c, \lceil[\text{TransRel}(r, x) \doteq \forall s, t, u\colon (s \in x \Rightarrow t \in x \Rightarrow u \in x \Rightarrow r(s, t) \Rightarrow r(t, u) \Rightarrow r(s, u))]\rceil)$]

[TransRel(r, x) $\stackrel{\text{tex}}{\to}$ "TransRel(#1.
, #2.
)"]

[TransRel(∗, ∗) $\stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "" is transitive relation in """]

EqRel(∗, ∗)

[EqRel(r, x) $\stackrel{\text{macro}}{\to}$ $\lambda t.\lambda s.\lambda c.\tilde{\mathcal{M}}_4(t, s, c, \lceil[\text{EqRel}(r, x) \doteq \text{ReflRel}(r, x) \dot{\wedge} \text{SymRel}(r, x) \dot{\wedge} \text{TransRel}(r, x)]\rceil)$]

[EqRel(r, x) $\stackrel{\text{tex}}{\to}$ "EqRel(#1.
, #2.
)"]

[EqRel(∗, ∗) $\stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "" is equivalence relation in """]

$[* \in *]_*$

[$[x \in bs]_r$ $\stackrel{\text{macro}}{\to}$ $\lambda t.\lambda s.\lambda c.\tilde{\mathcal{M}}_4(t, s, c, \lceil[[x \in bs]_r \doteq \{ph \in bs \mid r(ph_1, x)\}]\rceil)$]

[$[x \in bs]_r$ $\stackrel{\text{tex}}{\to}$ "[#1.
\mathrel{\in} #2.
]_{#3.
}"]

[$[* \in *]_*$ $\stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "equivalence class of " in " modulo """]

$\mathrm{Partition}(*, *)$

$[\mathrm{Partition}(\mathsf{p}, \mathsf{bs}) \stackrel{\text{macro}}{\to} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t}, \mathsf{s}, \mathsf{c}, \lceil [\mathrm{Partition}(\mathsf{p}, \mathsf{bs}) \ddot{=} (\forall s\colon (s \in \mathsf{p} \Rightarrow s \neq \emptyset)) \dot{\wedge}$
$(\forall s, t\colon (s \in \mathsf{p} \Rightarrow t \in \mathsf{p} \Rightarrow s \neq t \Rightarrow s \cap t = \emptyset)) \dot{\wedge}$
$\cup\, \mathsf{p} = \mathsf{bs}] \rceil)]$

$[\mathrm{Partition}(\mathsf{x}, \mathsf{y}) \stackrel{\text{tex}}{\to}$ "Partition(#1.
, #2.
)"]

$[\mathrm{Partition}(*, *) \stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "" is partition of ""]

$* = *$

$[\mathsf{x} = \mathsf{y} \stackrel{\text{tex}}{\to}$ "#1.
\!\mathrel{=}\! #2."]

$[* = * \stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "" zermelo is ""]

$* \subseteq *$

$[\mathsf{x} \subseteq \mathsf{y} \stackrel{\text{macro}}{\to} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t}, \mathsf{s}, \mathsf{c}, \lceil [\mathsf{x} \subseteq \mathsf{y} \ddot{=} (s \in \mathsf{x} \Rightarrow s \in \mathsf{y})] \rceil)]$

$[\mathsf{x} \subseteq \mathsf{y} \stackrel{\text{tex}}{\to}$ "#1.
\mathrel{\subseteq} #2."]

$[* \subseteq * \stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "" is subset of ""]

$\dot{\neg}\, *$

$[\dot{\neg}\, \mathsf{x} \stackrel{\text{tex}}{\to}$ "\dot{\neg}\, #1."]

$[\dot{\neg}\, * \stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "not0 ""]

$* \notin *$

$[\mathsf{x} \notin \mathsf{y} \stackrel{\text{macro}}{\to} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t}, \mathsf{s}, \mathsf{c}, \lceil [\mathsf{x} \notin \mathsf{y} \ddot{=} \dot{\neg}\, \mathsf{x} \in \mathsf{y}] \rceil)]$

$[\mathsf{x} \notin \mathsf{y} \stackrel{\text{tex}}{\to}$ "#1.
\mathrel{\notin} #2."]

$[* \notin * \stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "" zermelo ~in ""]

$* \neq *$

$[\mathsf{x} \neq \mathsf{y} \stackrel{\text{macro}}{\to} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t},\mathsf{s},\mathsf{c},\lceil[\mathsf{x} \neq \mathsf{y} \ddot{=} \dot{\neg}\mathsf{x}{=}\mathsf{y}]\rceil)]$

$[\mathsf{x} \neq \mathsf{y} \stackrel{\text{tex}}{\to}$ "#1.
\mathrel{\neq} #2."]

$[* \neq * \stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "" zermelo ~is ""]

$* \dot{\wedge} *$

$[\mathsf{x} \dot{\wedge} \mathsf{y} \stackrel{\text{macro}}{\to} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t},\mathsf{s},\mathsf{c},\lceil[\mathsf{x} \dot{\wedge} \mathsf{y} \ddot{=} \dot{\neg}(\mathsf{x} \Rightarrow \dot{\neg}\mathsf{y})]\rceil)]$

$[\mathsf{x} \dot{\wedge} \mathsf{y} \stackrel{\text{tex}}{\to}$ "#1.
\mathrel{\dot{\wedge}} #2."]

$[* \dot{\wedge} * \stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "" and0 ""]

$* \dot{\vee} *$

$[\mathsf{x} \dot{\vee} \mathsf{y} \stackrel{\text{macro}}{\to} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t},\mathsf{s},\mathsf{c},\lceil[\mathsf{x} \dot{\vee} \mathsf{y} \ddot{=} \dot{\neg}\mathsf{x} \Rightarrow \mathsf{y}]\rceil)]$

$[\mathsf{x} \dot{\vee} \mathsf{y} \stackrel{\text{tex}}{\to}$ "#1.
\mathrel{\dot{\vee}} #2."]

$[* \dot{\vee} * \stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "" or0 ""]

$* \dot{\Leftrightarrow} *$

$[\mathsf{x} \dot{\Leftrightarrow} \mathsf{y} \stackrel{\text{macro}}{\to} \lambda \mathsf{t}.\lambda \mathsf{s}.\lambda \mathsf{c}.\tilde{\mathcal{M}}_4(\mathsf{t},\mathsf{s},\mathsf{c},\lceil[\mathsf{x} \dot{\Leftrightarrow} \mathsf{y} \ddot{=} (\mathsf{x} \Rightarrow \mathsf{y}) \dot{\wedge} (\mathsf{y} \Rightarrow \mathsf{x})]\rceil)]$

$[\mathsf{x} \dot{\Leftrightarrow} \mathsf{y} \stackrel{\text{tex}}{\to}$ "#1.
\mathrel{\dot{\Leftrightarrow}} #2."]

$[* \dot{\Leftrightarrow} * \stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "" iff ""]

$\{ph \in * \mid *\}$

$[\{ph \in \mathsf{x} \mid \mathsf{a}\} \stackrel{\text{tex}}{\to}$ " \{ ph \mathrel{\in} #1.
\mid #2.
\}"]

$[\{ph \in * \mid *\} \stackrel{\text{pyk}}{\to}$ "the set of ph in " such that " end set"]

The pyk compiler, *version 0.grue.20060417+ by Klaus Grue*
GRD-2006-06-22.UTC:06:16:07.249053 = MJD-53908.TAI:06:16:40.249053 =
LGT-4657673800249053e-6