

# Udvidelse af S-reglerne, Appendix

Maja Hanne Tønnesen, Rune Christoffer Kildetoft Andresen  
& Niels Peter Meyn Milthers

GRD-2006-06-30.UTC:01:42:49.465331

## Contents

0.1 proof of Prop 3.7 . . . . .	2
<b>1 Lemma Prop 3.10</b>	<b>2</b>
<b>2 Lemma Prop 3.11</b>	<b>3</b>
[S lemma Prop 3.7a: $\Pi A: A \not< A$ ]	
[S lemma Prop 3.7b: $\Pi A, B, C: A < B \Rightarrow B < C \Rightarrow A < C$ ]	
[S lemma Prop 3.7c: $\Pi A, B: A < B \Rightarrow B \not< A$ ]	
[S lemma Prop 3.7d: $\Pi A, B, C: A < B \Rightarrow A + C < B + C$ ]	
[S lemma Prop 3.7e: $\Pi A: A \leq A$ ]	
[S lemma Prop 3.7f: $\Pi A, B, C: A \leq B \Rightarrow B \leq C \Rightarrow A \leq C$ ]	
[S lemma Prop 3.7g: $\Pi A, B, C: A \leq B \Rightarrow A + C \leq B + C$ ]	
[S lemma Prop 3.7g': $\Pi A, B, C: A + C \leq B + C \Rightarrow A \leq B$ ]	
[S lemma Prop 3.7h: $\Pi A, B, C: A \leq B \Rightarrow B < C \Rightarrow A < C$ ]	
[S lemma Prop 3.7i: $\Pi A: 0 \leq A$ ]	
[S lemma Prop 3.7j: $\Pi A: 0 < A'$ ]	
[S lemma Prop 3.7k: $\Pi A, B: A < B \Rightarrow A' \leq B$ ]	
[S lemma Prop 3.7k': $\Pi A, B: A' \leq B \Rightarrow A < B$ ]	
[S lemma Prop 3.7l: $\Pi A, B: A \leq B \Rightarrow A < B'$ ]	
[S lemma Prop 3.7l': $\Pi A, B: A < B' \Rightarrow A \leq B$ ]	
[S lemma Prop 3.7m: $\Pi A: A < A'$ ]	

[S lemma Prop 3.7o:  $\Pi A, B: A \neq B \Rightarrow (A < B \vee B < A)$ ]

[S lemma Prop 3.7p:  $\Pi A, B: A = B \vee A < B \vee B < A$ ]

[S lemma Prop 3.7q:  $\Pi A, B: A \leq B \vee B \leq A$ ]

[S lemma Prop 3.7r:  $\Pi A, B: A + B \geq A$ ]

[S lemma Prop 3.7s:  $\Pi A, B: B \neq 0 \Rightarrow A + B > A$ ]

[S lemma Prop 3.7t:  $\Pi A, B: B \neq 0 \Rightarrow A \cdot B \geq A$ ]

[S lemma Prop 3.7u:  $\Pi A: A \neq 0 \Rightarrow A > 0$ ]

[S lemma Prop 3.7u':  $\Pi A: A > 0 \Rightarrow A \neq 0$ ]

[S lemma Prop 3.7v:  $\Pi A, B: A > 0 \Rightarrow B > 0 \Rightarrow A \cdot B > 0$ ]

[S lemma Prop 3.7w:  $\Pi A, B: A \neq 0 \Rightarrow B > \bar{1} \Rightarrow B \cdot A > A$ ]

[S lemma Prop 3.7x:  $\Pi A, B, C: A \neq 0 \Rightarrow B < C \Rightarrow B \cdot A < C \cdot A$ ]

[S lemma Prop 3.7x':  $\Pi A, B, C: A \neq 0 \Rightarrow B \cdot A < C \cdot A \Rightarrow B < C$ ]

[S lemma Prop 3.7y:  $\Pi A, B, C: A \neq 0 \Rightarrow B \leq C \Rightarrow B \cdot A \leq C \cdot A$ ]

[S lemma Prop 3.7y':  $\Pi A, B, C: A \neq 0 \Rightarrow B \cdot A \leq C \cdot A \Rightarrow B \leq C$ ]

[S lemma Prop 3.7z:  $\Pi A: A \neq 0$ ]

[S lemma Prop 3.7z':  $\Pi A, B: A \leq B \wedge B \leq A \Rightarrow A = B$ ]

## 0.1 proof of Prop 3.7

### 1 Lemma Prop 3.10

[S lemma Prop 3.10a:  $\Pi A: A \mid A$ ]

[S lemma Prop 3.10b:  $\Pi A: \bar{1} \mid A$ ]

[S lemma Prop 3.10c:  $\Pi A: A \mid 0$ ]

[S lemma Prop 3.10d:  $\Pi A, B, C: A \mid B \wedge B \mid C \Rightarrow A \mid C$ ]

[S lemma Prop 3.10e:  $\Pi A, B: A \neq 0 \wedge B \mid B \Rightarrow A \leq A$ ]

[S lemma Prop 3.10f:  $\Pi A, B: A \mid B \wedge B \mid A \Rightarrow A = B$ ]

[S lemma Prop 3.10g:  $\Pi A, B, C: A \mid B \Rightarrow A \mid (B \cdot C)$ ]

[S lemma Prop 3.10h:  $\Pi A, B, C: A \mid B \wedge A \mid C \Rightarrow A \mid (B + C)$ ]

## 2 Lemma Prop 3.11

[S lemma Prop 3.11:  $\Pi A, B: A \neq 0 \Rightarrow \exists C, D: (B = A \cdot C + D \wedge D < A \wedge \forall E, F: ((B = A \cdot E + F \wedge F < A) \Rightarrow C = E \wedge D = F))$ ]

## References